# ¡El gran desafío! *

## 1. Enunciados

1. ¿Qué valor resulta al multiplicar los 4 primeros números primos positivos?

2. Un frutero ha clasificado las manzanas en amarillas, verdes y rojas. Si el 30 % de ellas son verdes, 7/10 del resto son rojas y hay 210 amarillas, ¿cuántas manzanas tiene el frutero?

3. Sitúese un símbolo matemático conocido entre 2 y 3, a fin de expresar un número mayor que 2 y menor que 3.

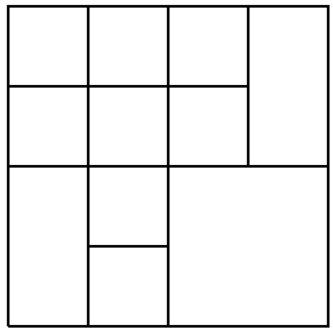
4. Si un trazo se divide en 4 partes, ¿qué porcentaje es una parte del resto?

5. Determina tres números enteros positivos cuya suma es igual a su producto.

6. Todas las camisas son blancas, menos dos; todas son azules, menos dos; todas son rosadas, menos dos. ¿Cuantas camisas hay de cada color?

7. ¿Cuántos cuadrados hay en esta figura?

*Problemas tomados de www.sectormatematica.cl. El texto fue procesado con LaTeX, y los gráficos fueron rehechos en Postscript. Francisco Javier García Capitán, 2002.

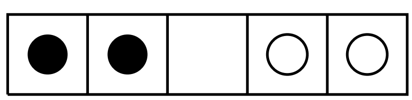


8. Un número de dos cifras tiene la cifra de las decenas menor que la cifra de las unidades. La suma de las cifras es 5 y su producto es 6. ¿De qué número se trata?

9. Siete personas se encuentran y cada una de ellas, al saludarse con otra persona, le da un apretón de mano. ¿Cuántos apretones de mano se han dado en total?

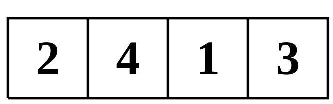
10. El número 266 puede descomponerse en producto de tres números primos. ¿Cuál es el mayor de los tres?

11. Si en un movimiento sólo puedes desplazar una ficha un cuadro o hacerla saltar sólo una ficha de distinto color y las fichas blancas sólo pueden desplazarse a su izquierda y las negras a su derecha, ¿Cuál es el mínimo número de movimientos que permite cambiar las fichas blancas por las negras?



12. Las medidas de los lados de un triángulo son números naturales consecutivos. Si el perímetro mide 33, ¿cuánto mide el lado menor?

13. Para abrir la puerta del laboratorio que contiene el producto secreto hay que pulsar cuatro botones en un orden determinado, en caso contrario el mecanismo de seguridad elimina al intruso.



El agente 007 ha descubierto las siguientes pistas:

- Los números colocados sobre los botones son todos incorrectos.
- El último botón en ser pulsado no está en un extremo.
- El primer botón que se ha de pulsar y el último están separados entre sí.

¿Cuál es la clave para abrir la puerta?

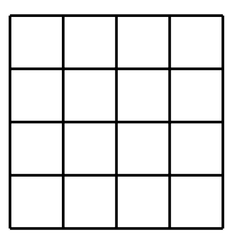
14. El libro de Petete es tan grande que para numerar sus páginas hacen falta 2989 dígitos. ¿Cuántas páginas tiene el libro de Petete?

15. El inspector Moriarty interroga a cuatro detenidos de entre los cuales sabe por varios indicios que uno es el ladrón. El inspector sabe además que tres de los detenidos mienten, y que uno dice la verdad. Los detenidos dicen:

    - Mason: Ha sido Poirot.
    - Poirot: Ha sido Holmes.
    - Colombo: Yo no he sido.
    - Holmes: Poirot miente cuando dice que he sido yo.

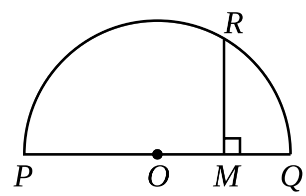
    ¿Quién es el ladrón?

16. ¿Cuántos cuadrados hay en esta figura?



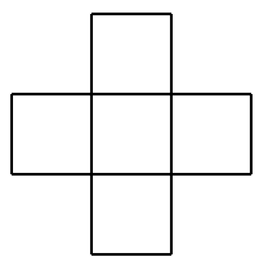
17. ¿Cuál es la mayor cantidad de días lunes que pueden darse en un período de 45 días consecutivos?

18. El semicírculo $PRQ$ con diámetro $PQ$ tiene centro en $O$. $M$ es el punto medio de $OQ$ y $RM \perp PQ$. El valor de la razón $PR : RM$ es ...



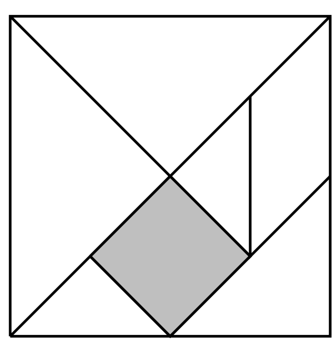

19. ¿Cuántos años del siglo XXI tendrán la propiedad de que, si se divide el número del año por cada uno de los números 2, 3, 5 y 7 siempre se obtiene residuo 1?

20. Cada uno de los cinco números 1,4,7,10 y 13 se coloca en uno de los cinco cuadrados de la cruz del diagrama de tal modo que la suma de los tres números en la fila (horizontal) sea igual a la suma de los tres números en la columna (vertical). ¿Cuál es el mayor valor que puede tener esa suma?



21. ¿Cuál es el resto o residuo cuando se divide el número $1999^{2000}$ por 5?

22. ¿Cuál es la razón entre el área del cuadrado sombreado y el área del cuadrado grande?



23. Una caja cúbica de $4 \times 4 \times 4$ contiene 64 pequeños cubos que llenan la caja exactamente. ¿Cuántos de estos pequeños cubos tocan alguna cara lateral o el fondo de la caja?

24. En un concierto cuatro niñas, María, Anita, Tamara y Elena, interpretaron canciones organizadas en diferentes tríos, de modo que en cada canción una de las niñas no actuaba. Elena cantó 7 canciones y fue la que mas cantó. María interpretó 4 canciones y fue la que menos cantó. En total, ¿cuántas canciones interpretaron los tríos de niñas?

25. Ana selecciona un número de dos dígitos, luego resta el número que ella ha escogido de 200 y finalmente duplica este último resultado. ¿Cuál es el mayor número que Ana puede obtener como respuesta?

26. Si se escribe 1998 como producto de dos enteros positivos tales que la diferencia entre ellos sea la menor posible, ¿cuál es entonces esta diferencia?

27. Susana toma todos los números pares entre 2 y 98, inclusive, salvo los que terminan en 0, y los multiplica. ¿Cuál es el dígito en las unidades del producto?

28. En una caja se tienen diez pares de zapatos color marrón y diez pares de zapatos color negro. ¿Cuántos zapatos hay que sacar, como mínimo, de la caja para conseguir un par del mismo color?

29. Un automovilista calculó que si viajaba a 60 km. por hora llegaría al sitio previsto una hora después de medianoche; pero si la velocidad era de 90 km. por hora llegaría una hora antes de medianoche. ¿A qué velocidad debería viajar para llegar justo a medianoche al lugar determinado?

30. Amigo matemático, ¿qué letra viene después de las siguientes?

`U D T C C S S ?`

31. Si a un número se le quita 7 y el resultado se multiplica por 7, el resultado sería el mismo que si a ese número se le hubiese quitado 5 y multiplicado por 5. ¿Cuál es ese número?

32. En una reunión, un 70 % usaba camisa de color azul, un 75 % vestía pantalones de color azul, un 80 % tenía medias de color azul y un 85 % llevaba pañuelos de color azul. ¿Qué porcentaje de las personas, cuando menos, usaba todas las prendas mencionadas de color azul?

33. Una persona ofrece una cena al cuñado de su padre, al suegro de su hermano, al hermano de su suegro y al padre de su cuñado. ¿Cuál es el número de invitados?

34. ¿Cuál es el dígito de la unidad del número que resulta al multiplicar $33 \cdot 32 \cdot 31 \cdot 30 \cdots 2 \cdot 1$?

35. Cada día María José se comía el 20 % de los dulces que estaban en su jarrita de dulces al comenzar el día. Al finalizar el segundo día, le quedaban 32 dulces. ¿Cuántos dulces había originalmente en la jarrita?

36. Se seleccionan dos números primos diferentes entre 4 y 18. Luego se resta la suma de los dos números de su producto. ¿Cuál de los siguientes números podría ser el resultado?: 21 60 180 119 1

37. Sean $A$, $M$ y $C$ enteros no negativos tales que $A + M + C = 12$. ¿Cuál es el valor máximo que puede tener $A \cdot M \cdot C + A \cdot M + M \cdot C + C \cdot A$?

38. En un tablero del juego de damas hay que colocar dos fichas, una blanca y otra negra. ¿De cuántos modos diferentes pueden disponerse dichas fichas?

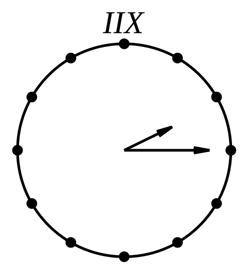
39. A un aficionado a los rompecabezas le preguntaron cuántos años tenía. La contestación fue compleja:Tomad tres veces los años que tendré dentro de tres años, restadles tres veces los años que tenía hace tres años y resultará exactamente los años que tengo ahora.¿Cuántos años tiene ahora?

40. ¿Cuál es el resultado numérico de esta suma, si cada letra representa siempre el mismo número?

```
   L O A M O
   L E B N A
   L P A N O
+  L M B A A
-------------
  O L L E J O
```

41. Lo que voy a contar sucedió en 1932. Tenía yo entonces tantos años como expresan las dos últimas cifras del año de mi nacimiento. Al poner en conocimiento de mi abuelo esta coincidencia, me dejó pasmado al contestarme que con su edad ocurría lo mismo. Me pareció imposible, pero mi abuelo me lo demostró. ¿Cuántos años teníamos cada uno de nosotros?

42. Un reloj se refleja en el espejo como se observa en la figura. ¿Qué hora marca?




43. En un concurso de baile los jueces califican a los competidores con números enteros. El promedio de las calificaciones de un competidor es 5.625 ¿Cuál es el número mínimo de jueces para que eso sea posible?

44. Dadas cuatro líneas diferentes, ¿cuántos puntos de intersección NO puede haber entre ellas?

45. Un pastel se corta quitando cada vez la tercera parte del pastel que hay en el momento de cortar. ¿Qué fracción del pastel original quedó después de cortar tres veces?

46. Considere 6 puntos sobre una circunferencia. ¿De cuántas maneras pueden ser estos puntos unidos por pares con 3 cuerdas que no se corten dentro del círculo?

47. En una clase hay 25 alumnos. Entre ellos 17 alumnos son ciclistas, 13 nadadores y 8 esquiadores. Ningún alumno hace tres deportes. Los ciclistas, nadadores y esquiadores se sacaron 9 en matemáticas. Seis alumnos en la clase se sacaron 6 en matemáticas. ¿Cuántos nadadores saben esquiar?

48. Unas cestas contienen huevos de gallina y otras huevos de pato. Su número está indicado en cada cesta: 5, 6, 12, 14, 23 y 29. "Si vendo esta cesta -meditaba el vendedor- me quedará el doble de huevos de gallina que de pato". ¿A qué cesta se refiere el vendedor?

49. Una rana cayó en un pozo de 30 metros de profundidad. Cada día subía 3 metros y cada noche resbalaba 2 metros, hacia abajo. ¿Cuánto tiempo empleó para llegar a la boca del pozo?

50. Si $a$, $b$, y $c$ son dígitos para los cuales

```
  7 a 2
- 4 8 b
--------
  c 7 3
```

entonces $a + b + c = ...$

51. 3 gatos matan 3 ratones en 3 minutos, ¿cuánto tiempo necesitan 100 gatos para matar 100 ratones?

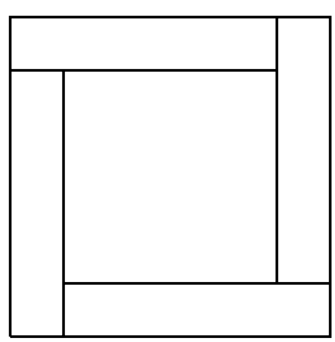
52. Determine el término que sigue en la sucesión: 2, 10, 7, 8, 12, 6, ?

53. ¿Cuánto dinero tenía, si gasté \$12, de lo que me quedaba presté la tercera parte y ahora me quedan \$42?

54. Una persona tiene comida para 30 gallinas que le dura 30 días. Si quiere que el alimento le dure 3 días más, ¿cuántas gallinas deberá vender?

55. ¿Qué dígitos hay que eliminar en el número 4921508 para obtener el número de tres dígitos más pequeño posible?

56. Se subdivide el cuadrado grande en un cuadrado pequeño rodeado por cuatro rectángulos congruentes tal como se muestra. El perímetro de cada uno de los rectángulos congruentes es 14. ¿Cuál es el área del cuadrado grande?



57. La suma de tres números impares consecutivos es igual a 27. ¿Cuál es el número más pequeño de esos tres?

58. ¿A cuántos minutos equivalen 3,1 horas?

59. Si Paula cumple $m$ años este año. ¿En qué año nació?

60. Un papel cuadrado de lado 6 cm. se dobla de modo que los cuatro vértices queden en el punto de intersección de las diagonales. ¿Cuál es el área de la nueva figura que resulta?

61. Enrique le da a cada uno de sus libros una clave de tres letras, utilizando el orden alfabético: AAA, AAB, AAC,... AAZ, ABA, ABB, etc. Considerando el alfabeto de 26 letras y que Enrique tiene 2203 libros, ¿cuál fue el último código que Enrique utilizó en su colección?

62. La cabeza de un pescado mide 9 cm.; la cola mide tanto como la mitad del cuerpo menos la cabeza. El pescado entero mide 60 cm. ¿Cuánto mide la cola?

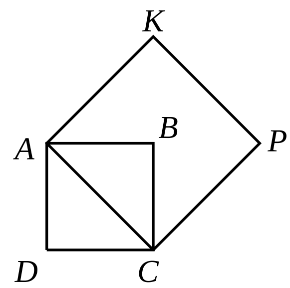
63. A una cantidad le sumo su 10 %, y a la cantidad así obtenida le resto su 10 %. ¿Qué porcentaje de la cantidad original me queda?

64. Un pasajero que lleva 63 kilos de equipaje paga 198 dólares por exceso de equipaje, y otro que lleva 38 kilos paga 48 dólares. ¿Cuánto cobra la compañía por cada kilo de exceso?

65. En una tira de papel rectangular se dibujan líneas verticales que la dividen en 4 partes iguales. También se dibujan líneas verticales que la dividen en 3 partes iguales. Finalmente, se corta la tira siguiendo las líneas dibujadas. ¿Cuántos pedazos de diferente longitud se tienen?

66. 17 niños juegan situados en una ronda. Uno de los niños los cuenta de 1 a 7 y al que le toca el 7 debe abandonar la ronda. Pierde el juego el que queda al último, después de que los otros 16 salieron de la ronda porque les tocó un 7. Pablo es el que cuenta y quiere que Karina pierda. ¿Dónde debe ubicarse Karina?

67. Cada lado del cuadrado ABCD mide 1 m. ¿Cuál es el área del cuadrado AKPC?




68. Un tejido pierde un décimo de su longitud y un octavo de su anchura cuando se lava. Si el ancho original de la tela es 1,60 metros, ¿cuántos metros se deben comprar para obtener 189 metros cuadrados, después de lavarla?

69. Se tiene una fila de 10 lámparas numeradas del 1 al 10, y 10 niños. El primer niño las enciende todas; el segundo apaga una de por medio, empezando por la segunda; el tercero cambia el estado de la tercera de cada 3 lámparas, empezando por la tercera; y así sucesivamente hasta el décimo niño. Al finalizar el proceso, ¿cuántas lámparas estarán encendidas?

70. Tres parejas se encuentran para salir. Algunos se saludan con un beso. Uno de ellos, Juan, pregunta a cada uno de los otros con cuántos se besó, y todos le responden números distintos. Si se sabe que ninguno se besó con su propia pareja, ¿con cuántas personas se besó Juan?

71. Un pastor tiene 5 panes y otro 3 panes. Se encuentran con un cazador que no lleva comida, y los tres comen a partes iguales. Al despedirse el cazador deja 8 monedas. ¿Cómo deben repartirse las monedas?

72. Un collar se rompió mientras jugaban dos enamorados.

    Una hilera de perlas se escapó.
    La sexta parte al suelo cayó.
    La quinta parte en el lecho quedó.
    Un tercio por la joven se salvó.
    La décima parte el bienamado recogió.
    Y con seis perlas el cordón quedó.

    Dime lector, ¿cuántas perlas tenía El collar de los bienaventurados?

73. Una hormiga se sienta en un vértice de un cubo con arista de longitud 1 m. Luego la hormiga se mueve a lo largo de las aristas del cubo y se devuelve al vértice original sin haber visitado ningún otro punto dos veces. La longitud, en metros, del viaje más largo que puede haber realizado la hormiga es ...

74. Tres amigos jugaron al ajedrez. En total jugaron 3 partidas ¿cuántas jugó cada uno?

75. Lulú estaba muy preocupada con su edad porque pensaba: 'Anteayer tenía 22 años y el año que viene cumpliré 25'. ¿Qué día cumple los años Lulú?

76. Un grupo de 8 personas va a hacer una acampada de tres días y tienen que llevarse toda el agua que vayan a necesitar. En una guía han leído que un grupo de 5 personas cubre sus necesidades de dos días con 25 litros. ¿Cuánta agua tendrán que llevarse?

77. La señora García decidió hacer tartas para venderlas a una panadería. Para cada bizcocho que hacía necesitaba dos tazas de harina y una de azúcar. Para cada tarta de chocolate necesitaba la misma cantidad de harina pero el doble de azúcar. Cuando terminó, la señora García había empleado 10 tazas de harina y 7 de azúcar. ¿Cuántos bizcochos hizo?

78. La suma de seis números consecutivos es 27. ¿Cuál es el producto de los dos números centrales?

79. ¿Qué dígito debe colocarse en el lugar de la $x$, para que el número $68x2$ sea divisible por 4?

80. ¿Cuántos días demoró una persona en leer un libro de 117 páginas, si el primer día leyó 12 páginas y cada uno de los días siguientes leyó 3 páginas más que el día anterior?

81. Francisco dice a Felipe: "tengo 10 bolitas más que tú, pero 5 bolitas menos que Antonio"¿Cuántas bolitas tiene Antonio, si entre los tres tienen 49 bolitas?

82. Juan y Pedro dividen cierta suma de dinero en partes iguales. Posteriormente, Pedro le regala a Juan un tercio de su parte. Si Juan quedó con $3.000, ¿cuál era la suma inicial de dinero?

83. El entrenador más experimentado del circo necesita 40 minutos para lavar un elefante. Su hijo lleva a cabo la misma tarea en 2 horas. ¿Cuánto tiempo tomará al entrenador y a su hijo lavar 3 elefantes trabajando juntos?

84. Si una ficha roja equivale a 3 fichas azules y una ficha azul equivale a 5 fichas blancas, entonces, ¿a cuántas fichas rojas equivalen 60 fichas blancas?

85. En una sucesión de números, cada término es igual al doble del anterior, menos 3. Si el segundo término es 5, entonces ¿cuánto suman el primero y el tercero?

86. Si el perímetro de un rombo es de 52 cm. y una de sus diagonales mide 24 cm. ¿Cuánto mide su área?

87. ¿Cuántas parejas de enteros positivos (a,b) satisfacen $a^2 - b^2 = 15$?

88. ¿En cuánto aumenta el producto entre 748 y 592, si cada factor aumenta en 1?

89. En un triángulo, un ángulo interior tiene 20° más que otro, pero 35° menos que el tercero. ¿Cuánto mide el menor de los ángulos interiores de este triángulo?

90. Dos enteros $a > 1$ y $b > 1$ satisfacen $a^b + b^a = 57$. ¿Cuánto vale $a + b$?

91. Si en una fracción el numerador aumenta un 20 % y el denominador disminuye un 40 %. ¿En qué porcentaje varía la fracción original?

92. A Julio le dieron el número secreto de su nueva tarjeta de crédito, y observó que la suma de los cuatro dígitos del número es 9 y ninguno de ellos es 0; además el número es múltiplo de 5 y mayor que 1995. ¿Cuál es la tercer cifra de su número secreto?

93. El 70 % de los habitantes de un país habla un idioma y el 60 % de la misma población habla otro idioma. ¿Qué porcentaje de la población habla los 2 idiomas, sabiendo que cada habitante habla al menos uno de ellos?

94. ¿Por qué número es divisible la suma de dos números naturales impares consecutivos?

95. ¿Cuál es la suma de los números primos entre 27 y 52?

96. Anselmo es un pastor al que le gustan mucho las matemáticas y tiene entre 80 y 100 ovejas en su rebaño. Un día observándolo pensó que el número de ovejas que dormían era igual a los 7/8 de las que no dormían. ¿Cuántas ovejas hay exactamente en el rebaño?

97. Un hombre tenía un mono al que le gustaban mucho los cacahuetes. Todas las mañanas el hombre, le obsequiaba con 100 cacahuetes. Durante la jornada, el mono se comía la mitad de los que tenía, y guardaba la otra mitad por si

al día siguiente no le ponían más. Cada día se encontraba con 100 cacahuetes más por la mañana, y cada día se comía la mitad. Así sucedió día tras día, semana tras semana, mes tras mes y año tras año. Un buen día el mono contó por la noche los cacahuetes que había guardado. ¿Cuántos tenía?

98. La quinta parte de la tercera parte de un número equivale a los dos tercios del número disminuído en 1. ¿Cuánto resulta de multiplicar el número por 9?

99. En un triángulo, uno de los ángulos es la mitad de uno de los otros dos y la tercera parte del tercer ángulo. Determine el ángulo menor.

100. Un curso de estudiantes tenía una cierta cantidad de dinero para repartir entre sí. Primero intentaron que cada uno recibiera \$7 000, pero el último estudiante se quedó con tan solo \$5 000. Luego intentaron dar \$6 000 a cada estudiante, pero entonces sobraron \$21 000. La cantidad de dinero, en pesos, que tenía el curso fue ...

101. ¿Cuál es el número de lados de un polígono que tiene el triple número de diagonales que de lados?

102. Si se dibujan un círculo y un rectángulo en la misma hoja, ¿cuál es el máximo número de puntos comunes que pueden tener?

103. ¿Qué palabra representa el jeroglífico siguiente?

$$\text{E}_{\text{ro}}$$

104. Un jarro tiene una capacidad para 10 vasos de jugo. Si dos vasos llenan un pocillo de 200cc., entonces ¿cuántos jarros se necesitan para almacenar 8 litros de jugo?

105. Dentro de 10 años mi nieto tendrá el triple de la edad que tiene ahora. ¿Qué edad tiene ahora?

106. Pedro tenía \$800. Si gastó el 20 % y dió a su hermano el 15 % del resto. ¿Cuánto le queda?

107. En un lote de 1.000 artículos, 100 son blancos, y de estos, 30 son redondos. ¿Qué porcentaje del lote de artículos son blancos y redondos?

108. En cuatro días una persona recorre 120 km. Si a partir del segundo día avanza la tercera parte de lo recorrido el día anterior, entonces, ¿cuántos km. recorre el último día?

109. Una sala de cine tiene 26 filas con 24 asientos cada una. El total de los asientos se numera de izquierda a derecha, comenzando por la primera fila y hacia atrás. ¿En qué número de fila está el asiento número 375?

110. Desde un punto de una circunferencia de 10 cm. de radio se trazan un diámetro y una cuerda que están en la razón 5:3. ¿Cuánto mide la cuerda?

111. ¿Cuántos tatarabuelos tiene usted?

112. Alberto dice hacer un trabajo en 6 días, mientras que Rodrigo sostiene que el lo haría en 4 días. Finalmente deciden hacer el trabajo juntos. ¿Cuántos días demorarán en hacerlo?

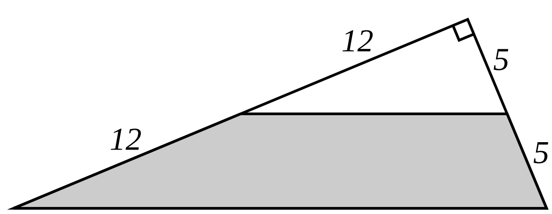
113. El boleto de entrada al Palacio de las Ciencias cuesta 5 pesos por niño y 10 pesos por adulto. Al final del día 50 personas visitaron el palacio y el ingreso total de las entradas fue de 350 pesos. ¿Cuántos adultos visitaron el Palacio?

114. Desde un punto de una pista circular parten simultáneamente dos ciclistas que demoran 24 segundos y 72 segundos en dar una vuelta completa. ¿A los cuántos segundos estarán diametralmente opuestos por primera vez?

115. Un objeto vale $x$ pesos y se vende con un 80 % de rebaja. ¿Cuál fué su precio de venta?

116. ¿Qué número resulta de sumar las caras, los vértices y las aristas de un cubo?

117. El área, en unidades cuadradas, de la región sombreada del diagrama es




118. Al marcar el reloj las nueve y media, ¿qué ángulo forman las manecillas?

119. Si cada lado de un triángulo equilátero aumenta en $1/5$, ¿en qué porcentaje aumenta la suma de las tres alturas?

120. Alicia va al club cada día; Beatriz va cada 2 días; Carlos va cada 3; Daniel cada 4; Enrique cada 5; Francisco cada 6 y Gabriela cada 7. Si hoy están todos en el club, dentro de cuántos días volverán a reunirse?

121. Un vendedor de diarios vende el 60 % de los diarios en la mañana y el 30 % del resto en la tarde. ¿Qué porcentaje del total de diarios no vendió?

122. En una parcela se plantan 60 limoneros que representan el 75 % de los árboles. Si se agregan 15 limoneros más y 25 naranjos, ¿cuál es el porcentaje de limoneros en la parcela?

123. Si el centro de un cubo se une con cada vértice, ¿Cuántas pirámides se forman?

124. De la ciudad $A$ a la ciudad $B$ hay 3 caminos, de la ciudad $A$ a la ciudad $C$ hay 5 caminos, de la ciudad $B$ a la $D$ hay 2 caminos y de la ciudad $C$ a la $D$ hay dos caminos. Si un camino que une dos ciudades no pasa por otra, ¿cuántas formas hay de ir de la ciudad $A$ a la $D$?

125. Un estanque puede llenarse en 3 y 4 horas con dos llaves, respectivamente. Una llave de desagüe lo vacía en 6 horas. ¿En cuántas horas se llena si se abren las 3 llaves simultáneamente?

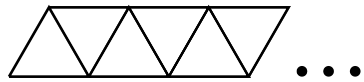
126. Se tienen 9 ciudades y se quieren construir carreteras entre pares de ellas de tal forma que sea posible viajar entre cualesquiera dos de ellas. ¿Cuál es el mínimo número de carreteras que se deben construir?

127. Una persona retira de su cuenta en el banco, la mitad de lo que tenía depositado y días después la mitad de lo que le quedaba y aún le quedan $3.000. ¿Cuánto tenía depositado?

128. La hierba en un prado crece con densidad y rapidez homogéneas. Sabiendo que 70 vacas consumen la hierba en 24 días y 30 vacas la comen en 60 días, ¿Cuántas vacas consumirán la hierba en 96 días?

129. Un tambor se llena con 20 bidones de 7,5 litros cada uno. ¿Cuál es la capacidad de un estanque que se llena con 35 tambores y 12 bidones?

130. Usando fósforos se construye un diseño de triángulos tal como se muestra. Usando un total de 87 fósforos, ¿Cuántos triángulos se forman?



131. En una biblioteca hay $p$ libros de matemática y $q$ libros de física. Si se sacan el 40 % de los de matemática y los 2/5 de los de física, quedan 9 libros en la biblioteca. ¿Cuántos libros había al principio?

132. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar 8 hermanos en una fila si el menor debe estar en primer lugar y el mayor al último?

133. ¿Cuántas diagonales tiene un octógono?

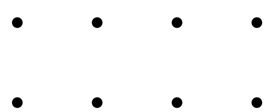
134. Una acción en la bolsa vale 1400 pesos en mayo. De mayo a junio la acción aumenta un 10 %. De junio a julio la acción disminuye un 10 %. ¿Cuánto vale a fin de julio?

135. Una pizza se divide en dos partes. Si una de ellas es la cuarta parte de la otra, ¿qué porcentaje es de la torta entera?

136. Cinco amigos $P$,$Q$,$R$,$S$ y $T$ se dan la mano. Tanto $P$ como $Q$ estrecharon la mano de uno de sus amigos solamente, mientras que $R$, $S$ y $T$ estrecharon cada uno la mano de dos. Sabemos que $P$ estrechó la mano de $T$. ¿Quiénes podemos asegurar que no se dieron la mano?

137. Un tambor que contiene aceite pesa 300 kilos. Si el peso del tambor es la quinta parte del peso del aceite, ¿cuánto pesa el aceite contenido en él?

138. Con vértices en los puntos de la figura, ¿Cuántos cuadriláteros se pueden dibujar?



139. El promedio de dos números es igual al número mayor disminuído en 3. ¿Cuál es la diferencia entre el número mayor y el menor?

140. Hace 5 años la edad de Javier era el triple de la edad de Lorena. En 4 años más la edad de Javier será el doble de la edad de Lorena. ¿Cuál es la diferencia entre las edades de ambos?

141. La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos es 37. ¿Cuál es su suma?

142. Si escribí todos los números enteros del 1 al 1000, ¿cuántas veces apareció la cifra 5?

143. Si los volúmenes de dos cubos están en la razón 1 : 8, ¿En qué razón están sus aristas?

144. En un campamento de verano 96 niños van a separarse en grupos de forma que cada grupo tenga el mismo número de niños. ¿De cuántas maneras puede hacerse la separación si cada grupo debe de tener más de 5 pero menos de 20 niños?

145. Si la diferencia entre el 72 % y el 57 % de un número es 45. ¿Cuál es el número?

146. Si un discurso que dura $1\frac{1}{4}$ horas comenzó a las 10:50 am, ¿a qué hora debe terminar?

147. Un cuadrado tiene perímetro $P$ y área $Q$. Dada la ecuación 3P =2Q, determina el valor de $P$.

148. Se expresa el número 2000 como la suma de 32 enteros positivos consecutivos. El mayor de estos enteros es ...

149. Entre Juan y Pedro tienen 28 años. Hace 5 años, Juan tenía 4 años más que Pedro. ¿Qué edad tiene Pedro?

150. Un incendio destruyó los 2/5 de un bosque de 6.000 árboles. Posteriormente se tala la mitad de los que restan. ¿Cuántos árboles quedaron?

151. Un comerciante subió los precios de sus artículos agregando un 0 al precio antigüo. ¿Qué porcentaje subió el precio de cada artículo?

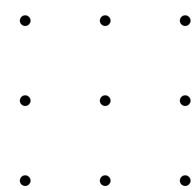
152. ¿Cuántos números enteros entre 10 y 99 son tales que la suma de sus dígitos es igual a 9?

153. Utilizando cada una de las cifras 1, 2, 3 y 4 se pueden escribir diferentes números, por ejemplo, podemos escribir 3241. ¿Cuál es la diferencia entre el más grande y el más pequeño de los números que se construyen así?

154. ¿Qué número hay que agregar a los términos de la fracción 23/40 para que valga 2/3?

155. Un árbol crece 25 cm. en dos años. Si inicialmente medía 2,5 metros, ¿cuál es el porcentaje de crecimiento en estos 2 años?

156. ¿Cuántas líneas rectas distintas pueden trazarse de modo que pasan por dos o más de los puntos en el arreglo que se muestra?

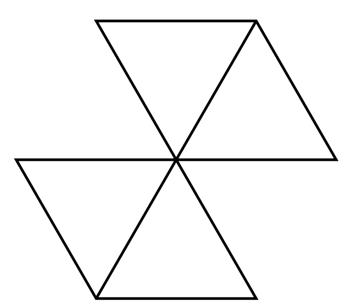


157. La razón entre los radios de dos circunferencias es 3 : 7. ¿Cuál es la razón entre sus áreas?

158. Si adivinas cuántas manzanas tengo, dijo un niño a otro, te regalo la cuarta parte menos 2 manzanas, o lo que es lo mismo, la sexta parte más una manzana. ¿Cuántas manzanas tenía?

159. La maestra distribuyó la misma cantidad de dulces entre cada uno de 5 niños y se quedó tres para ella misma. No se acuerda cuántos dulces tenía, pero se acuerda que era un múltiplo de 6 entre 65 y 100. ¿Cuántos dulces tenía?

160. El número de ejes (rectas) de simetría de la figura del diagrama es

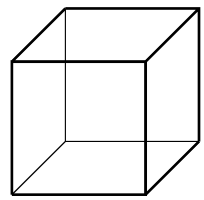


161. Una lechería despacha 18 cajas de mantequilla de 20 kilos cada una. La mantequilla está envasada en paquetes de un cuarto de kilo. ¿Cuántos paquetes se despacharon?

162. Si el radio de una circunferencia aumenta al triple, ¿en cuántas veces aumenta su área?

163. En contenido de una botella con 654 cc. de jugo fue repartido entre unos trillizos y un amigo. Si el amigo consumió la mitad del jugo y el resto se lo tomaron los trillizos en partes iguales, ¿Cuánto consumió cada trillizo?

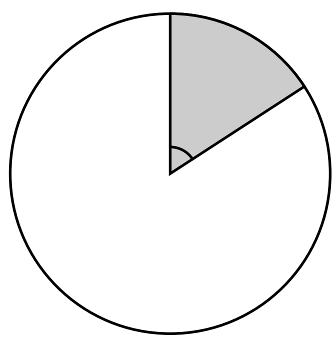
164. El volumen de un cubo es 216 $cm^3$. El área, en centímetros cuadrados, de la superficie del cubo es



165. Si tres secretarias demoran 21 días en escribir a máquina un texto, entonces, ¿cuántos días se demoran siete secretarias en escribir dos textos iguales al anterior?

166. Se pintan las caras de un cubo de tal modo que dos caras que comparten una arista (borde) tienen colores diferentes. El menor número de colores que se necesitan para hacer esto es...

167. Me comí una rebanada de un pastel redondo que representaba el 15 % del pastel, como indica la figura. ¿Cuál es ángulo que abarca la rebanada del pastel?



168. ¿Cuántos números enteros hay entre 9992 y 10002, sin incluir estos dos números?

169. Determine la suma de todos los números distintos que se producen al desordenar el número 1234.

170. ¿De cuántas maneras diferentes se puede subir por una escalera de 10 escalones si se sube o bien uno o bien tres escalones en cada paso?

171. En un triángulo $ABC$, siete segmentos paralelos al lado $BC$ dividen en 8 partes iguales al lado $AC$. Si $BC = 10$, ¿cuál es la suma de las longitudes de los 7 segmentos?

172. El número de minutos en $3\frac{3}{4}$ horas es ...

173. El promedio de 5 números es 40. Al eliminar dos de ellos el nuevo promedio es 36. ¿Cuál es el promedio de los dos números eliminados?

174. ¿Qué palabra representa el siguiente jeroglífico?

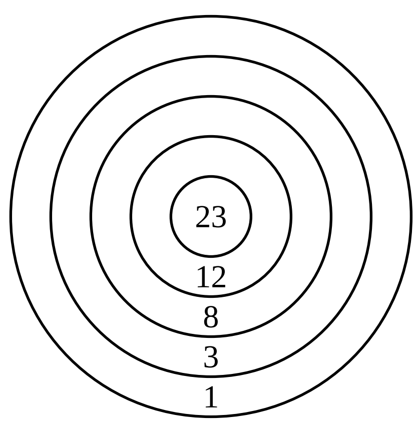
FL

175. Un padre tiene 5 veces la edad de su hijo y en 18 años más, tendrá el doble. ¿Cuánto suman sus edades actuales?

176. Mario compró un radio con un valor original \$50 000. Si le dieron un descuento del 5 %, el precio que pagó fue...

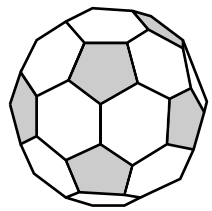
177. En un curso hay 40 alumnos. Si hay 10 niñas más que el doble de los niños, ¿cuál es el número de niños?

178. Se lanzan tres dardos a un blanco tal como se ilustra en el diagrama a la derecha. Para calcular el marcador total se suman los tres puntajes obtenidos; si se falla por completo se obtienen 0 puntos. ¿Cuál es el menor marcador total que es imposible obtener?




179. Si el precio de un producto se hace 3,5 veces mayor, ¿en qué porcentaje aumentó su precio?

180. Un poliedro en forma de balón de fútbol tiene 32 caras: 20 son hexá-gonos regulares y 12 son pentágonos regulares. ¿Cuántos vértices tiene el poliedro?



181. Entre dos vasos A y B, de igual capacidad, se distribuyen, en partes desiguales, 10 litros de agua. El vaso A se llenaría si se vertiesen los 2/3 del agua contenida en B, y éste se llenaría si se le agregara la mitad del agua contenida en A. ¿Cuál es la capacidad de cada vaso?

182. En pintar los 2/3 de una pared se ocupa la quinta parte del tarro de pintura. ¿Que parte del tarro de pintura se ocupará en pintar toda la pared?

183. En un grupo de 40 estudiantes, 20 juegan tenis, 19 juegan voleibol y 6 juegan tanto tenis como voleibol. El número de estudiantes del grupo que no juegan ni tenis ni voleibol es...

184. Si Sebastián tuviera un 30 % menos de la edad que tiene, tendría 28 años. ¿Cuál es la edad actual de Sebastián?

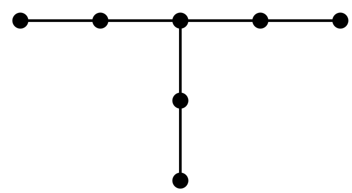
185. Si 20 máquinas aran un terreno de 60 hectáreas en 18 días, ¿cuántas máquinas iguales aran un terreno de 36 hectáreas y de similares condiciones, en 12 días?

186. Escribimos una lista de todos los números enteros entre 1 y 30 inclusive. Luego, tachamos algunos de éstos de tal manera que en la lista restante no haya ningún número que sea el duplo de otro. ¿Cuál es la máxima cantidad de enteros que pueden pertenecer a la lista restante?

187. Un niño corta un cuadrado de tres días por tres días de la página de un calendario. Si la suma de las nueve fechas es divisible entre 10 y sabemos que la fecha de la esquina superior izquierda es múltiplo de 4. ¿Cuál es la fecha de la esquina inferior derecha?

188. La suma de dos números es 436. Si el mayor se divide por el menor, el cociente es 2 y el resto 73. ¿Cuál es el número menor?

189. El número de triángulos con sus tres vértices en los puntos de la figura es:



190. Se invierten los dígitos de cada uno de los números que son mayores que diez y menores que cien. ¿Cuántos de los números que resultan exceden en 9 al número original?

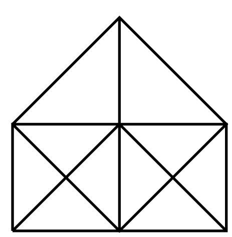
191. Cada media hora el horario de un reloj gira por un ángulo de ...

192. Si el 7 lo elevamos a 9.999, ¿cuáles serían sus tres últimos dígitos?

193. Una caja que compró mamá está llena de chocolates en forma de cubo. Alicia se comió todos los del piso de arriba, que eran 77. Después se comió 55, que eran los que quedaban en un costado. Después se comió los que quedaban enfrente. Sobraron algunos chocolates en la caja; ¿cuántos?

194. Un tambor de bencina está lleno hasta la tercera parte de su capacidad. Si se agregan 3 litros al tambor, se llena hasta la mitad. ¿Cuál es la capacidad del tambor?

195. ¿Cuántos triángulos hay en la figura?



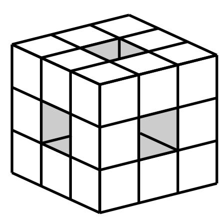
196. Beto compró una bolsa con 2000 caramelos de 5 colores; 387 de eran blancos, 396 amarillos, 402 rojos, 407 verdes y 408 cafés. Decidió comerse los caramelos de la siguiente forma: Sin mirar sacaba tres de la bolsa. Si los tres eran del mismo color,se los comía, si no, los regresaba a la bolsa. Continuó así hasta que sólo quedaron dos caramelos en la bolsa. ¿De qué color eran?

197. La suma de las edades actuales de Ana y María es 65 años y dentro de 10 años, la edad de María será los 5/12 de la de Ana. ¿cuál es la edad de María?

198. ¿Qué número aumentado en su 15 % equivale a 437?

199. Tres prados cubiertos de hierba de una misma espesura y con el mismo grado de crecimiento, tiene un área de $3\frac{1}{3}$ hectáreas, 10 hectáreas y 24 hectáreas. La hierba del primero es comida por 12 toros durante 4 semanas; la del segundo, por 21 toros durante 9 semanas. ¿Cuántos toros comerán la hierba del tercero durante 18 semanas?

200. Un cubo de dimensiones $9\times9\times9$ está compuesto por 27 cubos de dimensiones $3\times3\times3$. Se hacen túneles en el cubo grande como sigue: Primero se remueven los seis cubos de $3\times3\times3$ que corresponden a los centros de cada una de las caras, así como el cubo central de $3\times3\times3$, tal como se muestra. Luego se remueve parte de cada uno de los restantes veinte cubos $3\times3\times3$ de manera similar, es decir, se remueven los cubos unitarios correspondientes a cada una de las caras de éstos, además de remover su cubo unitario central. El área de superficie de la figura final es...



## 2. Soluciones

1. **¿Qué valor resulta al multiplicar los 4 primeros números primos positivos?**

   *Solución*: Los cuatro primeros números positivos son 2, 3, 5 y 7 (el 1 no se considera primo). Por tanto, el producto pedido es $2\times 3\times 5\times 7 = 210$.

2. **Un frutero ha clasificado las manzanas en amarillas, verdes y rojas. Si el 30 % de ellas son verdes, $\frac{7}{10}$ del resto son rojas y hay 210 amarillas, ¿cuántas manzanas tiene el frutero?**

   *Solución*: Son rojas $\frac{7}{10}$ del 70 %, es decir el 49 %. Por tanto son amarillas el $100\,\% - (30\,\% + 49\,\%) = 21\,\%$. Como el 21 % equivale a 210 manzanas, habrá 1000 manzanas.

3. **Sitúese un símbolo matemático conocido entre 2 y 3, a fin de expresar un número mayor que 2 y menor que 3.**

   *Solución*: El símbolo es la coma decimal y el número es 2,3.

4. **Si un trazo se divide en 4 partes, ¿qué porcentaje es una parte del resto?**

   *Solución*: Una parte será el 25 % y el resto el 75 %, por lo que una parte será $\frac{25}{75} = \frac{1}{3}$ del resto.

5. **Determina tres números enteros positivos cuya suma es igual a su producto.**

   *Solución*: Si despejamos $z$ de $xyz = x + y + z$, obtenemos $z = \frac{x+y}{xy-1}$. Una forma de conseguir que $z$ sea entero es que $xy - 1 = 1$, es decir que $xy = 2$, que proporcionan las soluciones $x = 1, y = 2, z = 3$ y $x = 2, y = 1, z = 3$. Imponiendo $xy - 1 = 2$, obtendríamos $xy = 3$, que nos da la soluciones $x = 1, y = 3, z = 2$ y $x = 3, y = 1, z = 2$. También aparecerán como soluciones $x = 2, y = 3, z = 1$ y $x = 3, y = 2, z = 1$ al imponer $xy - 1 = 5$. A fin de cuentas, todas estas soluciones sólo dan una solución del problema, que los tres números buscados pueden ser 1, 2 y 3. ¿Habrá más soluciones?

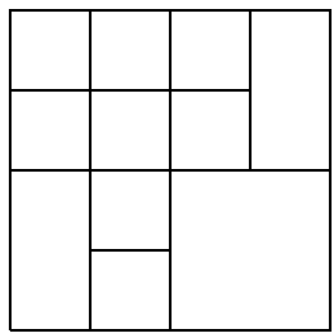
6. **Todas las camisas son blancas, menos dos; todas son azules, menos dos; todas son rosadas, menos dos. ¿Cuantas camisas hay de cada color?**

*Solución*: Llamando $b$, $a$, $r$ al número de camisas blancas, azules y rosadas, tenemos que

$$\begin{cases} b = t - 2 \\ a = t - 2 \\ r = t - 2 \end{cases} \Rightarrow b + a + r = 3t - 6 \Rightarrow t = 3t - 6 \Rightarrow t = 3 \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ c = 1 \\ r = 1 \end{cases} .$$

Luego hay tres, camisas, una camisa de cada color.

7. **¿Cuántos cuadrados hay en esta figura?**



   *Solución*: Considerando como unidad el lado de los cuadrados más pequeños, hay ocho cuadrados de lado 1, cinco cuadrados de lado 2 y un cuadrado de lado 4. En total hay 14 cuadrados.

8. **Un número de dos cifras tiene la cifra de las decenas menor que la cifra de las unidades. La suma de las cifras es 5 y su producto es 6. ¿De qué número se trata?**

   *Solución*: Los únicos números cuya suma es 5 y su producto es 6 son 2 y 3, pues ésas son las soluciones de $x^2 - 5x + 6 = 0$. Como la primera de las decenas debe ser menor que la cifra de las unidades, el número pedido es el 23.

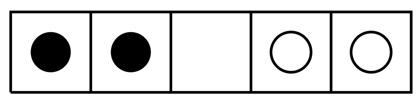
9. **Siete personas se encuentran y cada una de ellas, al saludarse con otra persona, le da un apretón de mano. ¿Cuántos apretones de mano se han dado en total?**

   *Solución*: Cada una de las siete personas apreta la mano las otras seis, por lo que en principio serían $7 \times 6 = 42$ apretones de manos, aunque debemos considerar sólo la mitad para evitar repeticiones: en total quedan 21 apretones de mano.

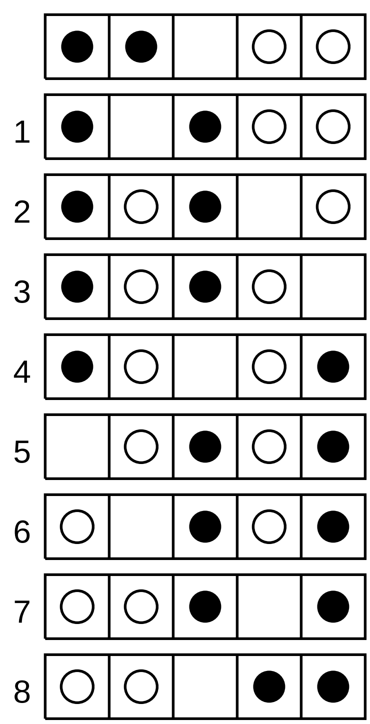
10. **El número 266 puede descomponerse en producto de tres números primos. ¿Cuál es el mayor de los tres?**

    *Solución*: $266 = 2 \times 133 = 2 \times 7 \times 19$. El mayor factor de 266 es 19.

11. **Si en un movimiento sólo puedes desplazar una ficha un cuadro o hacerla saltar sólo una ficha de distinto color y las fichas blancas sólo pueden desplazarse a su izquierda y las negras a su derecha, ¿Cuál es el mínimo número de movimientos que permite cambiar las fichas blancas por las negras?**



*Solución*: Esta es la solución que yo he encontrado. Como no podemos hacer retroceder a las fichas, ésta es la única solución si comenzamos por mover las fichas negras.



12. **Las medidas de los lados de un triángulo son números naturales consecutivos. Si el perímetro mide 33, ¿cuánto mide el lado menor?**

    *Solución*: En este caso la solución es sencilla: Llamando $n$ al lado menor, $n + (n + 1) + (n + 2) = 33 \Rightarrow 3n = 30 \Rightarrow n = 10$.

13. **Para abrir la puerta del laboratorio que contiene el producto secreto hay que pulsar cuatro botones en un orden determinado, en caso contrario el mecanismo de seguridad elimina al intruso.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **2** | **4** | **1** | **3** |

    **El agente 007 ha descubierto las siguientes pistas:**

    - **Los números colocados sobre los botones son todos incorrectos.**
    - **El último botón en ser pulsado no está en un extremo.**
    - **El primer botón que se ha de pulsar y el último están separados entre sí.**

    **¿Cuál es la clave para abrir la puerta?**

    *Solución*: El último botón en ser pulsado debe ser uno de los botones centrales, y como el segundo lleva un 4, el último botón en ser pulsado no puede ser otro que el tercero. Ahora, el primer botón en ser pulsado debe ser el primero de ellos, el que lleva un 2, pues es el único que está separado del tercer botón. El tercer botón en ser pulsado no puede ser el último de los botones pues los números colocados sobre los botones son todos incorrectos. Por tanto, la única posibilidad es pulsar los botones con este orden: 2-3-4-1.

14. **El libro de Petete es tan grande que para numerar sus páginas hacen falta 2989 dígitos. ¿Cuántas páginas tiene el libro de Petete?**

    *Solución*: Desde la página 1 a la 9 inclusive se usan $1 \cdot 9 = 9$ dígitos. Desde la página 10 a la 99 inclusive se usan $2 \cdot 90 = 180$ dígitos. Desde la 100 a la 999 inclusive se usan $3 \cdot 900 = 2700$ dígitos. En total, las 999 primeras páginas necesitan $2700 + 180 + 9 = 2889$ dígitos. Los 100 dígitos restantes se usan consiguen con 25 páginas adicionales. Por tanto, el libro tendrá 1024 páginas.

15. **El inspector Moriarty interroga a cuatro detenidos de entre los cuales sabe por varios indicios que uno es el ladrón. El inspector sabe además que tres de los detenidos mienten, y que uno dice la verdad. Los detenidos dicen:**

    - **Mason: Ha sido Poirot.**
    - **Poirot: Ha sido Holmes.**
    - **Colombo: Yo no he sido.**
    - **Holmes: Poirot miente cuando dice que he sido yo.**

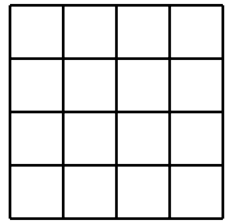
    **¿Quién es el ladrón?**

    *Solución*:

    - Si Mason no miente, por un lado ha sido Poirot y por otro Colombo debe mentir, así que ha sido Colombo. Esta contradicción nos dice que Mason miente.
    - De forma parecida, si Poirot no miente, deducimos que ha sido sido Holmes. Pero Colombo miente, así que también ha sido Colombo. también Poirot miente.
    - Si Colombo no miente, deben hacerlo Holmes y Poirot. Pero si Holmes miente, Poirot no miente. Por tanto, Colombo miente.
    - Como Mason, Poirot y Colombo mienten, la única posibilidad es que Holmes dice la verdad. Veamos que esto no es contradictorio. Si Holmes dice la verdad y los otros tres mienten, lo que deducimos es que no ha sido Poirot, no ha sido Holmes, ha sido Colombo y no ha sido Holmes siendo las cuatro afirmaciones perfectamente compatibles.

    Por tanto, el ladrón es Colombo.

16. **¿Cuántos cuadrados hay en esta figura?**

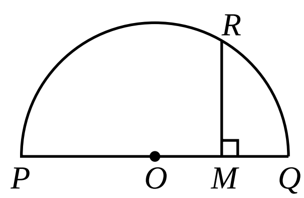


*Solución*: Identificando los cuadrados con su esquina superior izquierda vemos hay 16 cuadrados $1 \times 1$, 9 cuadrados $2 \times 2$, 4 cuadrados $3 \times 3$ y 1 cuadrado $4 \times 4$. En total son $16 + 9 + 4 + 1 = 30$ cuadrados.

17. **¿Cuál es la mayor cantidad de días lunes que pueden darse en un período de 45 días consecutivos?**

    *Solución*: Al dividir 45 por 7 días que tiene la semana obtenemos 6 semanas completas y tres días restantes. El mayor número de lunes se obtendrá cuando uno de estos días restantes sea lunes y en ese caso tendremos un total de siete lunes.

18. **El semicírculo $PRQ$ con diámetro $PQ$ tiene centro en $O$. $M$ es el punto medio de $OQ$ y $RM \perp PQ$. El valor de la razón $PR : RM$ es ...**




    *Solución*: Consideramos los triángulos $PRM \sim RQM \sim ROM$, que son rectángulos y semejantes. Entonces,

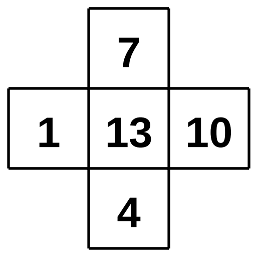
$$\frac{PR}{RM} = \frac{RO}{OM} = 2.$$

19. **¿Cuántos años del siglo XXI tendrán la propiedad de que, si se divide el número del año por cada uno de los números 2, 3, 5 y 7 siempre se obtiene residuo 1?**

    *Solución*: Si $x$ es uno de esos años, $x - 1$ debe ser un múltiplo de 2, 3, 5 y 7, es decir debe ser un múltiplo de 210. Debe cumplirse que

$2001 \leq 210k + 1 \leq 2100$. Si $k = 9$, $210k + 1 = 1891$ y si $k = 10$, $210k + 1 = 2101$, por lo que ningún año del siglo XXI tendrá dicha propiedad.

20. **Cada uno de los cinco números 1,4,7,10 y 13 se coloca en uno de los cinco cuadrados de la cruz del diagrama de tal modo que la suma de los tres números en la fila (horizontal) sea igual a la suma de los tres números en la columna (vertical). ¿Cuál es el mayor valor que puede tener esa suma?**

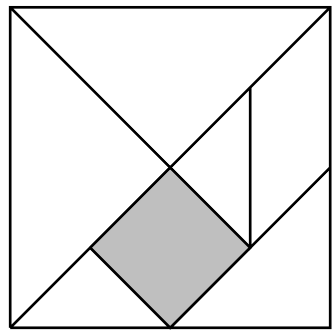



*Solución*: Si colocamos los números de cualquier forma y llamamos $S$ a la suma indicada en el problema y $x$ al número que ocupa la posición central, se cumplirá que $2S - x = 1 + 4 + 7 + 10 + 13 = 35$, es decir $S = \frac{x+35}{2}$. Esta fórmula nos dice cuanto mayor sea $x$ mayor será $S$. El máximo valor de $x$ es 13, por lo que el máximo valor de $S$ es $S = \frac{13+35}{2} = 24$.

21. **¿Cuál es el resto o residuo cuando se divide el número** $1999^{2000}$ **por 5?**

*Solución*: De forma rápida, $1999^{2000} \equiv (-1)^{2000} \equiv 1 (\text{mód } 5)$. También $1999^{2000} \equiv 4^{2000} \equiv 16^{1000} \equiv 1 \ (\text{mód } 5)$ pues $16^{1000}$ es un número que acaba en 6.

22. **¿Cuál es la razón entre el área del cuadrado sombreado y el área del cuadrado grande?**



*Solución*: Sean $S = a^2$ el área del cuadrado grande y $S' = b^2$ el área del cuasu área. El área del cuadrado pequeño. El lado del cuadrado pequeño es la cuarta parte de la diagonal grande, es decir $b = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ y el área del cuadrado pequeño es entonces

$$S' = \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{2a^2}{16} = \frac{a^2}{8} = \frac{S}{8} \Rightarrow \frac{S'}{S} = \frac{1}{8}.$$

23. **Una caja cúbica de $4 \times 4 \times 4$ contiene 64 pequeños cubos que llenan la caja exactamente. ¿Cuántos de estos pequeños cubos tocan alguna cara lateral o el fondo de la caja?**

*Solución*: Los 16 cubos que hay abajo tocan el fondo de la caja. En cada uno los otros tres pisos, 12 tocan alguna de las caras y 4 hay en el centro, por lo que en total 12 cubos que no tocan a ninguna de las caras ni al fondo y 52 cubos que si lo hacen.

24. **En un concierto cuatro niñas, María, Anita, Tamara y Elena, interpretaron canciones organizadas en diferentes tríos, de modo que en cada canción una de las niñas no actuaba. Elena cantó 7 canciones y fue la que mas cantó. María interpretó 4 canciones y fue la que menos cantó. En total, ¿cuántas canciones interpretaron los tríos de niñas?**

*Solución*: Sean $x$, $y$, $z$, $t$ el número de canciones cantadas por los grupos $ATE$, $MTE$, $MAE$ y $MAT$ (los grupos se han nombrado con las iniciales de sus participantes). Expresando las canciones cantadas por Elena y María, tenemos

$$\begin{cases} x + y + z = 7 \\ y + z + t = 4 \end{cases},$$

y por tanto, $x = t + 3$. Sustituyendo en las canciones cantadas por Anita, $x + z + t$, obtenemos $z + 2t + 3$ que debe ser mayor que 4 y menor que 7, es decir $z + 2t$ debe ser 2 o 3. Examinemos las diferentes posibilidades en la siguiente tabla:

| $t$ | $z$ | $x = t + 3$ | $y = 4 - z - t$ | $x + y + t$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 3 | 2 | 5 |
| 0 | 3 | 3 | 1 | 4 |
| 1 | 0 | 4 | 3 | 7 |
| 1 | 1 | 4 | 2 | 7 |
| 2 | 1 | 5 | 1 | 4 |

En la tabla, vemos que una vez calculadas las cuatro incógnitas $x$, $y$, $z$, $t$ sólo en la primera fila es $x + y + t$ (las canciones cantadas por Anita) un número mayor que 4 y menor que 7, por lo que el número de canciones cantadas por los grupos son las que se muestran en la siguiente tabla:

| $ATE$ | $MTE$ | $MAE$ | $MAT$ |
|---|---|---|---|
| $x = 3$ | $y = 2$ | $z = 2$ | $t = 0$ |

25. **Ana selecciona un número de dos dígitos, luego resta el número que ella ha escogido de 200 y finalmente duplica este último resultado. ¿Cuál es el mayor número que Ana puede obtener como respuesta?**

    *Solución*: Sea $x$ el número de dos dígitos.

    $$x \geq 10 \Rightarrow 200 - x \leq 190 \Rightarrow 2(200 - x) \leq 380.$$

    El máximo número que puede obtener es 380.

26. **Si se escribe 1998 como producto de dos enteros positivos tales que la diferencia entre ellos sea la menor posible, ¿cuál es entonces esta diferencia?**

    *Solución*: Descomponiendo, $1998 = 2 \cdot 3^3 \cdot 37$. Los divisores de 1998 son 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, **37**,**54**, 74, 111, 222, 333, 666, 999 y 1998. 37 y 54, que ocupan los lugares centrales de la lista son los divisores más próximos a $\sqrt{1998}$, dan como producto 1998 y su diferencia $54-37 = 17$ es la menor posible.

27. **Susana toma todos los números pares entre 2 y 98, inclusive, salvo los que terminan en 0, y los multiplica. ¿Cuál es el dígito en las unidades del producto?**

*Solución*: El producto hecho por Susana es es $P = (2\cdot4\cdot6\cdot8)\cdots(92\cdot94\cdot 96\cdot98)$. En cada uno de los paréntesis el número resultante tendrá como dígito de las unidades un 4. Como hay un número par de paréntesis, el producto total acabará en 6.

28. **En una caja se tienen diez pares de zapatos color marrón y diez pares de zapatos color negro. ¿Cuántos zapatos hay que sacar, como mínimo, de la caja para conseguir un par del mismo color?**

*Solución*: Se supone que el problema pide el número mínimo de zapatos que hay que sacar para *asegurarse* de conseguir un par del mismo color. Al sacar dos zapatos uno puede ser de un color y otro del otro color, pero al sacar un tercer zapato debe ser de uno de dos colores ya obtenidos. Por tanto el número mínimo de zapatos que debemos sacar es 3.

29. **Un automovilista calculó que si viajaba a 60 km. por hora llegaría al sitio previsto una hora después de medianoche; pero si la velocidad era de 90 km. por hora llegaría una hora antes de medianoche. ¿A qué velocidad debería viajar para llegar justo a medianoche al lugar determinado?**

*Solución*: Llamando $d$ a la distancia por recorrer, como al aumentar la velocidad de 60 km/h a 90 km/h llega dos horas antes, $\frac{d}{60} - \frac{d}{90} = 2 \Rightarrow 3d - 2d = 180 \Rightarrow d = 360$ km. Por tanto, a 60 km/h tardaría 6 horas y a 90 km/h tardaría 4 horas. Para que tarde 5 horas, la velocidad debe ser $\frac{360}{5} = 72$ km/h.

30. **Amigo matemático, ¿qué letra viene después de las siguientes?**

U D T C C S S ?

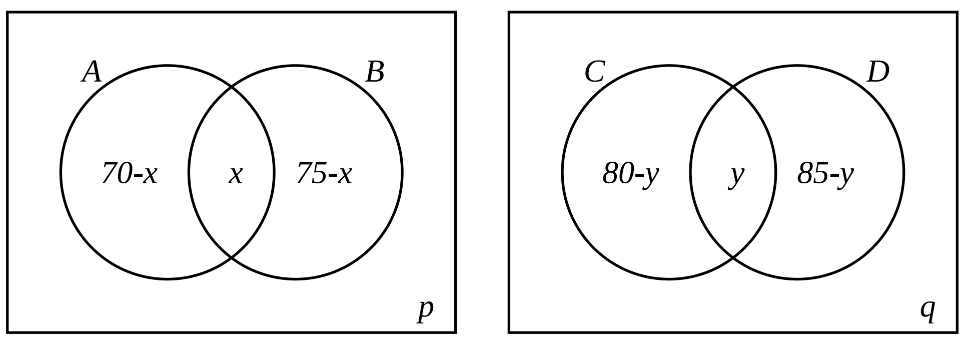
*Solución*: Entre las primeras matemáticas que aprendemos figura *contar*: **U**no, **D**os, **T**res, ... La letra que sigue en la lista es una **O**, inicial de la palabra *ocho*.

31. **Si a un número se le quita 7 y el resultado se multiplica por 7, el resultado sería el mismo que si a ese número se le hubiese quitado 5 y multiplicado por 5. ¿Cuál es ese número?**

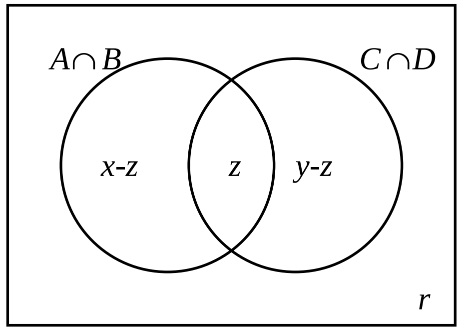
*Solución*: Este es sencillo: Llamando $x$ al número, $7(x-7) = 5(x-5) \Rightarrow 7x - 49 = 5x - 25 \Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = 12$.

32. **En una reunión, un 70 % usaba camisa de color azul, un 75 % vestía pantalones de color azul, un 80 % tenía medias de color azul y un 85 % llevaba pañuelos de color azul. ¿Qué porcentaje de las personas, cuando menos, usaba todas las prendas mencionadas de color azul?**

*Solución*: Llamemos $A$, $B$, $C$ y $D$ a los conjuntos de personas que llevan azul la camisa, los pantalones, las medias y el pañuelo, respectivamente.

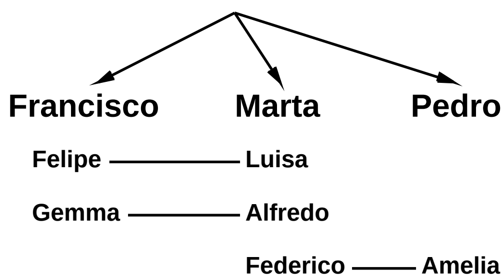



Considerando por un lado los conjuntos $A$ y $B$ y llamando $x$ al porcentaje de personas que están en los dos conjuntos y $p$ al porcentaje de personas que no están en ninguno de ellos, es $(70-x)+x+(75-x)+p = 100$, de donde $x = p + 45$. Por tanto, como mínimo es $x = 45$. De forma parecida el porcentaje $y$ de personas comunes a los conjuntos $C$ y $D$ cumple $(80 - y) + y + (85 - y) + q = 100$, siendo $q$ el porcentaje de personas que no pertenecen ni a $C$ ni a $D$, es decir $y = q + 65$, de donde, como mínimo es $y = 65$. Repetimos lo mismo ahora para $A \cap B$ y $C \cap D$. Tendremos entonces que $(x - z) + z + (y - z) + r = 100$, siendo $z$ el porcentaje de personas que están en $A \cap B$ y $C \cap D$ y $r$ el porcentaje de personas que no están ni en $A \cap B$ ni en $C \cap D$. Despejando $z = x + y + r - 100 \geq 45 + 65 + 0 - 100 = 10$. Como mínimo un 10 % de las personas llevaba todas las prendas de color azul.




33. **Una persona ofrece una cena al cuñado de su padre, al suegro de su hermano, al hermano de su suegro y al padre de su cuñado. ¿Cuál es el número de invitados?**

    *Solución*: En principio, se trataría de cuatro invitados, pero si permitimos que los primos hermanos se casen entre sí, se puede reducir a uno:

    Supongamos que Francisco, Marta y Pedro son hermanos. Felipe y Gemma son hijos de Francisco. Luisa, Alfredo y Federico son hijos de Marta. Amelia es hija de Pedro. Además, Felipe está casado con Luisa, Gemma con Alfredo y Federico con Amelia. Con esta situación, si la persona del problema es Federico, el único invitado podría ser Francisco.

34. **¿Cuál es el dígito de la unidad del número que resulta al multiplicar** $33 \cdot 32 \cdot 31 \cdot 30 \cdots 2 \cdot 1$**?**

    *Solución*: El dígito de las unidades de este número será un 0, pues algunos de los factores del producto acaban en 0.

35. **Cada día María José se comía el 20 % de los dulces que estaban en su jarrita de dulces al comenzar el día. Al finalizar**

**el segundo día, le quedaban 32 dulces. ¿Cuántos dulces había originalmente en la jarrita?**

*Solución*: Llamando $x$ al número de dulces, $0{,}80(0{,}80x) = 32$, de donde obtenemos $x = 50$ dulces.

36. **Se seleccionan dos números primos diferentes entre 4 y 18. Luego se resta la suma de los dos números de su producto. ¿Cuál de los siguientes números podría ser el resultado? 21 60 180 119 1**

    *Solución*: Los números primos serán impares, por lo que son de la forma $2p-1$ y $2q-1$. Al restar la suma del producto resulta $(2p-1)(2q-1)-(2p+2q-2) = 4pq-4p-4q-1$, número que da resto 3 al dividirse por 4. Sólo el 119 cumple esta propiedad, por lo que el resultado sólo podría ser 119.

37. **Sean $A$, $M$ y $C$ enteros no negativos tales que $A+M+C=12$. ¿Cuál es el valor máximo que puede tener $A\cdot M\cdot C + A\cdot M + M\cdot C + C\cdot A$?**

    *Solución*: Sea $Z = A\cdot M\cdot C + A\cdot M + M\cdot C + C\cdot A$. Teniendo en cuenta que

    $$(A+1)(M+1)(C+1) = A\cdot M\cdot C + A\cdot M + M\cdot C + C\cdot A + A + M + C + 1,$$

    obtenemos

    $$\begin{aligned} Z &= (A+1)(M+1)(C+1) - (A+M+C) - 1 = \\ &= (A+1)(M+1)(Z+1) - 13 \leq \\ &\leq \left(\frac{A+M+C+3}{3}\right)^3 = 5^3 - 13 = 112. \end{aligned}$$

38. **En un tablero del juego de damas hay que colocar dos fichas, una blanca y otra negra. ¿De cuántos modos diferentes pueden disponerse dichas fichas?**

    *Solución*: Cada ficha va en una posición de su color, por lo que hay 32 posiciones para cada una. En total hay $32\times 32 = 1024$ formas diferentes de poner las dos fichas.

39. **A un aficionado a los rompecabezas le preguntaron cuántos años tenía. La contestación fue compleja: Tomad tres veces los años que tendré dentro de tres años, restadles tres veces los años que tenía hace tres años y resultará exactamente los años que tengo ahora. ¿Cuántos años tiene ahora?**

    *Solución*: Llamando $x$ a los años que tiene ahora, el enunciado se plantea con la ecuación $3(x+3) - 3(x-3) = x$, que fácilmente nos da $x = 18$.

40. ¿Cuál es el resultado numérico de esta suma, si cada letra representa siempre el mismo número?

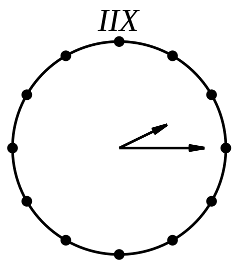
```
   L O A M O
   L E B N A
   L P A N O
+  L M B A A
-------------
 O L L E J O
```

    $62482 + 69014 + 67412 + 68044 = 266952$

41. **Lo que voy a contar sucedió en 1932. Tenía yo entonces tantos años como expresan las dos últimas cifras del año de mi nacimiento. Al poner en conocimiento de mi abuelo esta coincidencia, me dejó pasmado al contestarme que con su edad ocurría lo mismo. Me pareció imposible, pero mi abuelo me lo demostró. ¿Cuántos años teníamos cada uno de nosotros?**

    *Solución*: El abuelo y el nieto tuvieron que nacer en siglos diferentes. Si abuelo nació en $1800 + x$, será $1932 - (1800 + x) = x$ de donde $x = 66$. El nieto nació en $1900 + y$, cumpliéndose que $1932 - (1900 + y) = y$, de donde $y = 16$. Entonces, el abuelo y el nieto tenían 66 y 16 años respectivamente.

42. **Un reloj se refleja en el espejo como se observa en la figura. ¿Qué hora marca?**



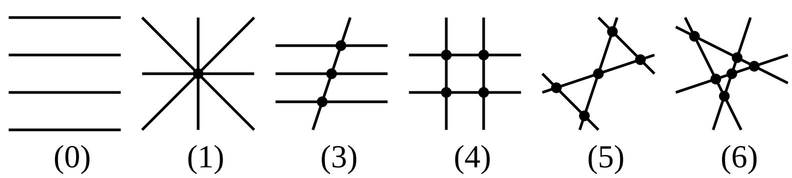

*Solución*: Parece claro que son las diez menos cuarto.

43. **En un concurso de baile los jueces califican a los competidores con números enteros. El promedio de las calificaciones de un competidor es 5.625 ¿Cuál es el número mínimo de jueces para que eso sea posible?**

    *Solución*: Escribiendo la nota como fracción irreducible resulta $\frac{5625}{1000} = \frac{45}{8}$, por lo que el número mínimo de jueces es 8.

44. **Dadas cuatro líneas diferentes, ¿cuántos puntos de intersección NO puede haber entre ellas?**

    Cada punto se obtiene como intersección de dos rectas y hay seis formas de elegir dos rectas de un conjunto de 4. En principio puede haber desde 0 a 6 puntos de intersección. Las figuras siguientes muestran todos los casos, excepto el 2.

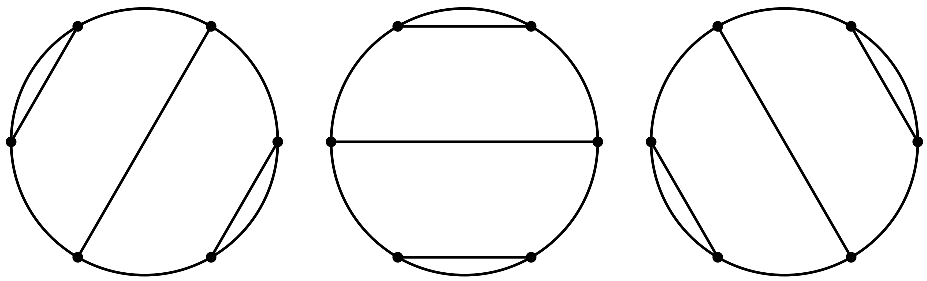



45. **Un pastel se corta quitando cada vez la tercera parte del pastel que hay en el momento de cortar. ¿Qué fracción del pastel original quedó después de cortar tres veces?**

    *Solución*: Después de cortar cada vez el trozo de pastel restante es los $\frac{2}{3}$ del que había antes, por lo que al cortar tres veces el pastel quedará en $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$ del pastel original.

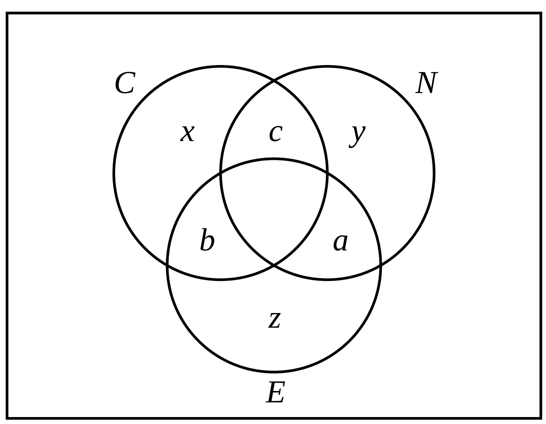
46. **Considere 6 puntos sobre una circunferencia. ¿De cuántas maneras pueden ser estos puntos unidos por pares con 3 cuerdas que no se corten dentro del círculo?**

*Solución*: Las tres posibilidades se muestran en la siguiente figura:



47. **En una clase hay 25 alumnos. Entre ellos 17 alumnos son ciclistas, 13 nadadores y 8 esquiadores. Ningún alumno hace tres deportes. Los ciclistas, nadadores y esquiadores se sacaron 9 en matemáticas. Seis alumnos en la clase se sacaron 6 en matemáticas. ¿Cuántos nadadores saben esquiar?**

*Solución*: Consideramos la figura siguiente.




$C$, $N$ y $E$ representan a los ciclistas, nadadores y esquiadores. La parte común a los tres es vacía y como mínimo hay 6 alumnos (los que sacaron 6 en matemáticas) que no practica ninguno de tres deportes. Según los datos del problema,

$$\begin{aligned}
&x+b+c=17\\
&y+c+a=13\\
&z+a+b=8\\
&x+y+z+a+b+c=25-(6+w)
\end{aligned}$$

Sumando las tres primeras ecuaciones y restándole la tercera, resulta que $a+b+c=19+w$ y restando a esta última ecuación las tres primeras anteriores, obtenemos

$$\begin{aligned}
&a=x+2+w\\
&b=y+6+w\\
&c=z+11+w
\end{aligned}$$

y si sumamos estas ecuaciones $19+w=a+b+c=x+y+z+19+3w \Rightarrow x+y+z+2w=0 \Rightarrow x=y=z=w=0$. Entonces $a$, $b$ y $c$ son las soluciones del sistema

$$\begin{aligned}
&b+c=17\\
&c+a=13,\\
&a+b=8
\end{aligned}$$

es decir $a=2$, $b=6$, $c=11$. Por tanto, 2 nadadores saben esquiar.

48. **Unas cestas contienen huevos de gallina y otras huevos de pato. Su número está indicado en cada cesta: 5, 6, 12, 14, 23 y 29. "Si vendo esta cesta -meditaba el vendedor- me quedará el doble de huevos de gallina que de pato". ¿A qué cesta se refiere el vendedor?**

    *Solución*: Sean $x$ e $y$ el número total de huevos de gallina y pato, respectivamente. Sumando todas las cantidades obtenemos $x+y=89$. Sean $k$ los huevos que contiene la cesta indicada por el vendedor.

    *a*) Si los huevos vendidos son de gallina, se cumplirá que $x-k=2y$, y sustituyendo $x=89-y$, $89-y-k=2y \Rightarrow y=\frac{89-k}{3}$. $k$ puede ser uno de los valores 5, 14, 23 o 29, pues los otros 6 y 12 son divisibles por 3. Pongamos en una tabla los correspondientes valores de $x$ e $y$ y los números correspondientes a las cestas restantes:

| $k$ | $y$ | $x$ | Restantes |
|---|---|---|---|
| 5 | 28 | 61 | 6,12,14,23,29 |
| 14 | 25 | 64 | 5,6,12,23,29 |
| 23 | 22 | 67 | 5,6,12,14,29 |
| 29 | 20 | 69 | 5,6,12,14,23 |

Examinando con cuidado los valores de $y$, sólo $y = 20 = 6 + 14$ puede obtenerse como suma de números restantes. Esto nos da una solución del problema: Las cestas de 5, 12, 23 y 29 huevos eran de gallina y las de 6 y 14 de pato. Al vender la de 29 quedarían 40 huevos de gallina y 20 de pato.

*b*) Supongamos ahora que los $k$ huevos vendidos son de pato. Entonces de $x = 2(y-k)$ obtenemos $89-y = 2y-2k \Rightarrow y = \frac{89+2k}{3}$. Aquí, también debe ser $k$ uno de los valores 5, 14, 23 o 29. Hacemos una tabla parecida a la anterior:

| $k$ | $y$ | $x$ | Restantes |
|---|---|---|---|
| 5 | 33 | 56 | 6,12,14,23,29 |
| 14 | 39 | 50 | 5,6,12,23,29 |
| 23 | 45 | 44 | 5,6,12,14,29 |
| 29 | 49 | 40 | 5,6,12,14,23 |

En este caso, $x = 40 = 5+12+23$ es el único valor de $x$ que puede obtenerse como suma de los números restantes. Esto nos da otra solución: Las cestas que contienen 5, 12 y 23 huevos son de gallina y las que contienen 6, 14 y 29 huevos son de pato. Al vender ésta última quedan 40 huevos de gallina y 20 de pato.

En ambas soluciones el vendedor se refiere a la cesta de 29 huevos.

49. **Una rana cayó en un pozo de 30 metros de profundidad. Cada día subía 3 metros y cada noche resbalaba 2 metros, hacia abajo. ¿Cuánto tiempo empleó para llegar a la boca del pozo?**

*Solución*: El fallo está en responder que como cada día con su noche avanza en total $3 - 2 = 1$ m, tardará 30 días en llegar a la boca del pozo. Resulta que en la primera noche, alcanza una altura máxima de 3 m, la segunda noche una altura máxima de 4 m, y así sucesivamente hasta la vigésimooctava noche, que alcanzará una altura de 30 m.

50. **Si $a$, $b$, y $c$ son dígitos para los cuales**

```
  7 a 2
- 4 8 b
--------
  c 7 3
```

**entonces** $a + b + c = ...$

*Solución*: Como $3 > 2$, $b = 12-3 = 9$, nos llevamos una, que agregamos a 8. De 9 a $10 + a$ van 7, luego $a = 6$ y nos volvemos a llevar 1 que agregamos a 4 y obtenemos $c = 7 - 5 = 2$. Por tanto $a + b + c = 6 + 9 + 2 = 17$.

51. **3 gatos matan 3 ratones en 3 minutos, ¿cuánto tiempo necesitan 100 gatos para matar 100 ratones?**

    *Solución*: Si en 3 minutos 3 gatos matan 3 ratones, en ese tiempo $x$ gatos matarán $x$ ratones. Por tanto, la respuesta es 3 minutos.

52. **Determine el término que sigue en la sucesión: 2, 10, 7, 8, 12, 6, ?**

    *Solución*: Los términos impares comienzan en 2 y van aumentando cinco unidades. Los términos pares comienzan en 10 y van disminuyendo 2 unidades. Por tanto, el siguiente término de la sucesión es el 17.

53. **¿Cuánto dinero tenía, si gasté \$12, de lo que me quedaba presté la tercera parte y ahora me quedan \$42?**

    *Solución*: Planteando $\frac{2}{3}(x - 12) = 42$, obtenemos $x = \$75$.

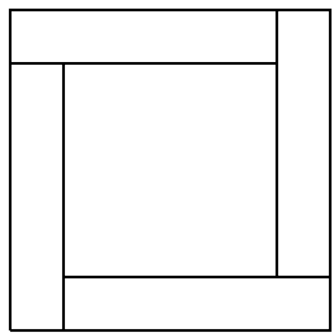
54. **Una persona tiene comida para 30 gallinas que le dura 30 días. Si quiere que el alimento le dure 3 días más, ¿cuántas gallinas deberá vender?**

    *Solución*: La persona dispone de $30 \cdot 30 = 900$ dosis diarias. Si vende $x$ gallinas, queremos que se cumpla que $(30 - x) \cdot 33 \leq 900$, de donde $x \geq \frac{30}{11}$. El primer número que cumple esta condición es $x = 3$.

55. **¿Qué dígitos hay que eliminar en el número 4921508 para obtener el número de tres dígitos más pequeño posible?**

    *Solución*: El número de tres dígitos más pequeño es el 108, así que habría que quitar los dígitos 4, 9, 2, 5.

56. **Se subdivide el cuadrado grande en un cuadrado pequeño rodeado por cuatro rectángulos congruentes tal como se muestra. El perímetro de cada uno de los rectángulos congruentes es 14. ¿Cuál es el área del cuadrado grande?**



*Solución*: Llamando $x$ e $y$ a los lados menor y mayor de los rectángulos congruentes, el área pedida es $A = (x + y)^2$ y el perímetro de cada rectángulo es $2x + 2y$. Entonces, $x + y = 7$ y $A = (x + y)^2 = 49$.

57. **La suma de tres números impares consecutivos es igual a 27. ¿Cuál es el número más pequeño de esos tres?**

*Solución*: Planteando $x + (x + 2) + (x + 4) = 27$ resulta $x = 7$.

58. **¿A cuántos minutos equivalen 3,1 horas?**

*Solución*: A $3,1 \times 60 = 186$ minutos.

59. **Si Paula cumple $m$ años este año. ¿En qué año nació?**

*Solución*: En el año $a - m$ siendo $a$ el año actual.

60. **Un papel cuadrado de lado 6 cm. se dobla de modo que los cuatro vértices queden en el punto de intersección de las diagonales. ¿Cuál es el área de la nueva figura que resulta?**

*Solución*: El área es la mitad que la del cuadrado original, es decir 18 cm$^2$.

61. **Enrique le da a cada uno de sus libros una clave de tres letras, utilizando el orden alfabético: AAA, AAB, AAC,... AAZ, ABA, ABB, etc. Considerando el alfabeto de 26 letras y que**

**Enrique tiene 2203 libros, ¿cuál fue el último código que Enrique utilizó en su colección?**

*Solución*: Esto es muy parecido escribir números en base 26. Asociamos a cada letra un número de 0 a 25:

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z |
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

El último libro llevará el código correspondiente al número 2202. Dividiendo 2202 sucesivamente entre 26 obtenemos que $2202 = 3 \cdot 26^2 + 6 \cdot 26 + 18$, y consultando la tabla anterior vemos que el código es $DGS$.

62. **La cabeza de un pescado mide 9 cm.; la cola mide tanto como la mitad del cuerpo menos la cabeza. El pescado entero mide 60 cm. ¿Cuánto mide la cola?**

    *Solución*: Llamando $x$ a la medida del cuerpo e $y$ a la de la cola, planteamos el sisteam $y = \frac{x}{2} - 9$, $x + y = 51$ que da $x = 40, y = 11$, por lo que la cola mide 11 cm.

63. **A una cantidad le sumo su 10 %, y a la cantidad así obtenida le resto su 10 %. ¿Qué porcentaje de la cantidad original me queda?**

    *Solución*: Como $1{,}10 \times 0{,}90 = 0{,}99$, se trata del 99 %.

64. **Un pasajero que lleva 63 kilos de equipaje paga 198 dólares por exceso de equipaje, y otro que lleva 38 kilos paga 48 dólares. ¿Cuánto cobra la compañía por cada kilo de exceso?**

    *Solución*: Llamamos $x$ a los kilos de equipaje que el pasajero puede llevar sin pagar. Lo que se paga por kilo de equipaje será

$$\frac{198}{63 - x} = \frac{48}{38 - x}.$$

Resolviendo esta ecuación obtenemos $x = 30$, por lo que la compañía cobra $\frac{198}{33} = \frac{48}{8} = 6$ kg dólares por kilo de exceso.

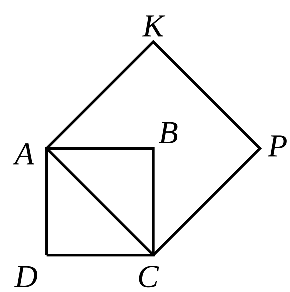
65. **En una tira de papel rectangular se dibujan líneas verticales que la dividen en 4 partes iguales. También se dibujan líneas verticales que la dividen en 3 partes iguales. Finalmente, se corta la tira siguiendo las líneas dibujadas. ¿Cuántos pedazos de diferente longitud se tienen?**

*Solución*: Considerando 12 la medida de la tira de papel, las divisiones coincidirán con las abscisas 0, 3, 4, 6, 8, 9 y 12, por lo que las longitudes de dichas tiras son 3, 1, 2, 2, 1, 3. Vemos que hay pedazos con tres longitudes diferentes.

66. **17 niños juegan situados en una ronda. Uno de los niños los cuenta de 1 a 7 y el que le toca el 7 debe abandonar la ronda. Pierde el juego el que queda al último, después de que los otros 16 salieron de la ronda porque les tocó un 7. Pablo es el que cuenta y quiere que Karina pierda. ¿Dónde debe ubicarse Karina?**

*Solución*: 7-14-4-12-3-13-6-17-11-9-8-15-2-10-16-1

67. Cada lado del cuadrado ABCD mide 1 m. ¿Cuál es el área del cuadrado AKPC?




*Solución*: Si $AB = 1$, $AC = \sqrt{2}$ y el área de $AKPC$ es 2. También podemos razonar trasladando el cuadrado $ADC$ sobre $KBP$.

68. **Un tejido pierde un décimo de su longitud y un octavo de su anchura cuando se lava. Si el ancho original de la tela es 1,60 metros, ¿cuántos metros se deben comprar para obtener 189 metros cuadrados, después de lavarla?**

*Solución*: Si $x$ es la longitud de tela a comprar, planteando $0{,}9x + \frac{7}{8} \cdot 1{,}6 = 189$, que da 150 m.

69. **Se tiene una fila de 10 lámparas numeradas del 1 al 10, y 10 niños. El primer niño las enciende todas; el segundo apaga una de por medio, empezando por la segunda; el tercero cambia el estado de la tercera de cada 3 lámparas, empezando por la tercera; y así sucesivamente hasta el décimo niño. Al finalizar el proceso, ¿cuántas lámparas estarán encendidas?**

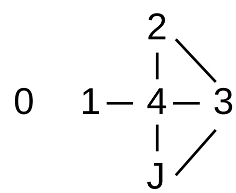
*Solución*: Asignamos un 1 a encender la lámpara y un 0 a dejarla apagada. Después usamos la aritmética binaria.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Vemos que habrá tres lámparas encendidas.

70. **Tres parejas se encuentran para salir. Algunos se saludan con un beso. Uno de ellos, Juan, pregunta a cada uno de los otros con cuántos se besó, y todos le responden números distintos. Si se sabe que ninguno se besó con su propia pareja, ¿con cuántas personas se besó Juan?**

*Solución*: Como ninguno besó a los otros cinco, las respuestas distintas son 0, 1, 2, 3, 4. "4"tuvo que besar a "0", "1", "2z "3". "1"sólo se besó con "4". "3"tuvo que besar a "2", "4z Juan. "2z Juan ya no besaron a nadie más. Todo esto lo podemos dibujar con el siguiente gráfico:




Teniendo en cuenta que nadie besa a su pareja, son parejas ”0z ”4”, ”1z ”4z ”2z Juan. Juan se besó con 2 personas: ”3z ”4”.

71. **Un pastor tiene 5 panes y otro 3 panes. Se encuentran con un cazador que no lleva comida, y los tres comen a partes iguales. Al despedirse el cazador deja 8 monedas. ¿Cómo deben repartirse las monedas?**

*Solución*: Cada uno de los tres ha comido $\frac{8}{3}$ de pan, por lo los pastores han dado al cazador $\frac{7}{3}$ y $\frac{1}{3}$ de pan respectivamente. Por tanto el primero recibirá siete monedas y el segundo sólo una.

72. **Un collar se rompió mientras jugaban dos enamorados.**

> **Una hilera de perlas se escapó.**
> **La sexta parte al suelo cayó.**
> **La quinta parte en el lecho quedó.**
> **Un tercio por la joven se salvó.**
> **La décima parte el bienamado recogió.**
> **Y con seis perlas el cordón quedó.**

**Dime lector, ¿cuántas perlas tenía El collar de los bienaventurados?**

*Solución*: La fracción de perlas que quedó en el cordón es

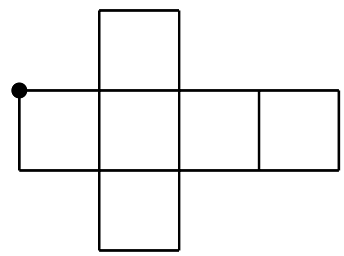
$$1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10}\right) = 1 - \frac{48}{60} = \frac{1}{5}.$$

Como esta fracción equivale a 6 perlas, había en total 30 perlas.

73. **Una hormiga se sienta en un vértice de un cubo con arista de longitud 1 m. Luego la hormiga se mueve a lo largo de las aristas del cubo y se devuelve al vértice original sin haber visitado ningún otro punto dos veces. La longitud, en metros,**

**del viaje más largo que puede haber realizado la hormiga es ...**

*Solución*: Si desarrollamos el cubo podemos observar que el trayecto más largo es el que recorre el borde, formado por 14 aristas del cubo.



74. **Tres amigos jugaron al ajedrez. En total jugaron 3 partidas ¿cuántas jugó cada uno?**

    *Solución*: Si $A$, $B$, $C$ son los jugadores las partidas pueden ser del tipo $(AB, BC, CA)$ si todos los jugadores juegan el mismo número de partidas o del tipo $(AB, BC, BC)$ si alguno juega más partidas que otro. Entonces, o bien todos jugaron dos partidas o uno jugó una partida, otro dos y otro tres.

75. **Lulú estaba muy preocupada con su edad porque pensaba: 'Anteayer tenía 22 años y el año que viene cumpliré 25'. ¿Qué día cumple los años Lulú?**

    *Solución*: Cumple los años el 31 de diciembre y está hablando un 1 de enero.

76. **Un grupo de 8 personas va a hacer una acampada de tres días y tienen que llevarse toda el agua que vayan a necesitar. En una guía han leído que un grupo de 5 personas cubre sus necesidades de dos días con 25 litros. ¿Cuánta agua tendrán que llevarse?**

    *Solución*: Si 5 personas en 2 días necesitan 25 litros, 1 persona en un día necesitará $\frac{5}{2}$ litros, por lo que 8 personas en 3 días necesitarán $8 \times 3 \times \frac{5}{2} = 60$ litros.

77. **La señora García decidió hacer tartas para venderlas a una panadería. Para cada bizcocho que hacía necesitaba dos tazas**

**de harina y una de azúcar. Para cada tarta de chocolate necesitaba la misma cantidad de harina pero el doble de azúcar. Cuando terminó, la señora García había empleado 10 tazas de harina y 7 de azúcar. ¿Cuántos bizcochos hizo?**

*Solución*: Llamando $x$ al número de bizcochos e $y$ al de tartas se plantea el sistema

$$\begin{cases} 2x + 2y = 10 \\ x + 2y = 7 \end{cases},$$

que nos da $x = 3$, $y = 2$, es decir, la señora García hizo 3 bizcochos.

78. **La suma de seis números consecutivos es 27. ¿Cuál es el producto de los dos números centrales?**

    *Solución*: Planteando los números en la forma $x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2$ y sumando obtenemos $6x-3 = 27$, de donde $x = 5$ y el producto de los dos números centrales es $4 \cdot 5 = 20$.

79. **¿Qué dígito debe colocarse en el lugar de la $x$, para que el número $68x2$ sea divisible por 4?**

    *Solución*: $x2$ debe ser un múltiplo de 4, por lo que tiene que ser 1, 3, 7 o 9.

80. **¿Cuántos días demoró una persona en leer un libro de 117 páginas, si el primer día leyó 12 páginas y cada uno de los días siguientes leyó 3 páginas más que el día anterior?**

    *Solución*: Llamando $a_n$ a las páginas leídas cada día, $a_n = 3n + 9$. La suma de $n$ términos de $a_n$ es

    $$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = 117.$$

    De aquí obtenemos $n = 6$.

81. **Francisco dice a Felipe: "tengo 10 bolitas más que tú, pero 5 bolitas menos que Antonio"¿Cuántas bolitas tiene Antonio, si entre los tres tienen 49 bolitas?**

    *Solución*: Expresando las bolitas de Francisco, Felipe y Antonio como $10 + x$, $x$ y $15 + x$ y sumando obtenemos $x = 8$ por lo que Antonio tenía 23 bolitas.

82. **Juan y Pedro dividen cierta suma de dinero en partes iguales. Posteriormente, Pedro le regala a Juan un tercio de su parte. Si Juan quedó con \$3.000, ¿cuál era la suma inicial de dinero?**

*Solución*: Llamando $x$ a la suma de dinero, la ecuación es $\frac{x}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{2} = 3000$, de donde deducimos $x = \$4500$.

83. **El entrenador más experimentado del circo necesita 40 minutos para lavar un elefante. Su hijo lleva a cabo la misma tarea en 2 horas. ¿Cuánto tiempo tomará al entrenador y a su hijo lavar 3 elefantes trabajando juntos?**

*Solución*: En una hora, entre los dos lavarán $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$ elefantes. Para lavar 3 elefantes necesitarán hora y media.

84. **Si una ficha roja equivale a 3 fichas azules y una ficha azul equivale a 5 fichas blancas, entonces, ¿a cuántas fichas rojas equivalen 60 fichas blancas?**

*Solución*: 60 blancas $=12 \times$ (5 blancas) $=$ 12 azules $=$ 4 rojas.

85. **En una sucesión de números, cada término es igual al doble del anterior, menos 3. Si el segundo término es 5, entonces ¿cuánto suman el primero y el tercero?**

*Solución*: Si el segundo término es 5, el tercer término es $2 \times 5 - 3 = 7$ y el primer término es $\frac{5+3}{2} = 4$, por lo que la suma del primero y el tercero es 11.

86. **Si el perímetro de un rombo es de 52 cm. y una de sus diagonales mide 24 cm. ¿Cuánto mide su área?**

*Solución*: El lado del rombo es 13. Las mitades $x$, $y$ de las diagonales cumplirán $x^2 + y^2 = 13^2$. Como una de ellas es 12, la otra es 5. Las diagonales miden, por tanto, 24 y 10 y el área del rombo será $\frac{24 \cdot 10}{2} = 120$.

87. **¿Cuántas parejas de enteros positivos (a,b) satisfacen $a^2 - b^2 = 15$?**

*Solución*: Teniendo en cuenta que $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, las posibilidades son

$$\begin{cases} a+b=5 \\ a-b=3 \end{cases} \text{ ó } \begin{cases} a+b=15 \\ a-b=1 \end{cases}$$

que dan lugar a las posibilidades $a = 4, b = 1$ ó $a = 8, b = 7$.

88. **¿En cuánto aumenta el producto entre 748 y 592, si cada factor aumenta en 1?**

*Solución*: El incremento es

$$(748 + 1)(592 + 1) - 748 \cdot 592 = 748 + 592 + 1 = 1341.$$

89. **En un triángulo, un ángulo interior tiene 20º más que otro, pero 35º menos que el tercero. ¿Cuánto mide el menor de los ángulos interiores de este triángulo?**

*Solución*: Llamando $x$, $x + 20$ y $x + 55$, como los tres ángulos suman $180°$, obtenemos fácilmente que $x = 35°$.

90. **Dos enteros $a > 1$ y $b > 1$ satisfacen $a^b + b^a = 57$. ¿Cuánto vale $a + b$?**

*Solución*: Las posibilidades de $a^b$ con $a > 1$ y $b > 1$ son $2^2$, $2^3$, $2^4$, $2^5$, $3^2$, $3^3$, $4^2$, $5^2$, $6^2$ y $7^2$. Por comprobación, $a^b + b^a = 57$ sólo ocurre cuando $a = 5$ y $b = 2$ o viceversa. Por tanto, $a + b = 7$.

91. **Si en una fracción el numerador aumenta un 20 % y el denominador disminuye un 40 %. ¿En qué porcentaje varía la fracción original?**

*Solución*: Al dividir $1{,}20x$ entre $0{,}60y$ obtenemos $\frac{2x}{y}$. Por tanto, la fracción aumenta un 100 %.

92. **A Julio le dieron el número secreto de su nueva tarjeta de crédito, y observó que la suma de los cuatro dígitos del número es 9 y ninguno de ellos es 0; además el número es múltiplo de 5 y mayor que 1995. ¿Cuál es la tercer cifra de su número secreto?**

*Solución*: Sea $xyzw$ el número secreto. $w = 5$ pues el número es divisible por 5 y no acaba en 0. Como consecuencia, $x + y + z = 4$, porque todas las cifras suman 9. Al ser todos los $x, y, z$ distintos de cero, $x, y, z$ debe ser una permutación de los números $1, 1, 2$ y como el número secreto es mayor que 1995, la primera cifra debe ser un 2. Por tanto el número secreto es 2115 y la tercera cifra es 1.

93. **El 70 % de los habitantes de un país habla un idioma y el 60 % de la misma población habla otro idioma. ¿Qué porcentaje de la población habla los 2 idiomas, sabiendo que cada habitante habla al menos uno de ellos?**

*Solución*: Si $x$ es el porcentaje de personas que hablan los dos idiomas, el porcentaje de los que hablan sólo el primer idioma es $70 - x$ y el de los que hablan solo el segundo idioma, $60 - x$. Como cada habitante habla al menos uno, $(70 - x) + x + (60 - x) = 100$, de donde $x = 30\,\%$.

94. **¿Por qué número es divisible la suma de dos números naturales impares consecutivos?**

*Solución*: Dos impares consecutivos son de la forma $2k - 1$ y $2k + 1$, y su suma es $4k$, que es divisible por 4.

95. **¿Cuál es la suma de los números primos entre 27 y 52?**

*Solución*: Se trata de la suma $29 + 31 + 37 + 41 + 43 + 47 = 228$.

96. **Anselmo es un pastor al que le gustan mucho las matemáticas y tiene entre 80 y 100 ovejas en su rebaño. Un día observándolo pensó que el número de ovejas que dormían era igual a los 7/8 de las que no dormían. ¿Cuántas ovejas hay exactamente en el rebaño?**

*Solución*: Llamando $t$ al total de ovejas y $x$ a las que duermen, planteamos $x = \frac{7}{8}(t-x)$, de donde $t = \frac{15}{7}x$. Imponiendo condición $80 < t < 100$, llegamos a $37 < x < 47$, es decir $x = 42$, por ser el único múltiplo de 7 en ese intervalo. Entonces $t = 90$ ovejas.

97. **Un hombre tenía un mono al que le gustaban mucho los cacahuetes. Todas las mañanas el hombre, le obsequiaba con 100 cacahuetes. Durante la jornada, el mono se comía la mitad de los que tenía, y guardaba la otra mitad por si al día siguiente no le ponían más. Cada día se encontraba con 100 cacahuetes más por la mañana, y cada día se comía la mitad. Así sucedió día tras día, semana tras semana, mes tras mes y año tras año. Un buen día el mono contó por la noche los cacahuetes que había guardado. ¿Cuántos tenía?**

*Solución*: Llamamos $a_n$ al número de cacahuetes en la noche $n$. Entonces tenemos que $a_0 = 0$ y resulta fácilmente que $a_{n+1} = \frac{a_n+100}{2} = \frac{a_n}{2} + 50$.

- La sucesión $a_n$ es acotada: $a_n \leq 100$ para cada $n$. En efecto $a_0 \leq 100$ y si $a_n \leq 100$, entonces $a_{n+1} - 100 = \frac{a_n}{2} + 50 - 100 = \frac{a_n - 100}{2} \leq 0$.
- La sucesión $a_n$ es monótona: $a_{n+1} - a_n \geq 0$ para cada $n$. En efecto: $a_{n+1} - a_n = \frac{a_n}{2} + 50 - a_n = \frac{100 - a_n}{2} \geq 0$.

Por tanto, la sucesión $a_n$ es convergente y si llamamos $a$ al límite, se cumplirá que $a = 50 + \frac{a}{2}$, de donde $a = 100$ y este es el número de cacahuetes que tendrá la cabo de muchas noches (la sucesión converge muy rápidamente).

98. **La quinta parte de la tercera parte de un número equivale a los dos tercios del número disminuído en 1. ¿Cuánto resulta de multiplicar el número por 9?**

    *Solución*: Si $x$ es el número, la ecuación es $\frac{1}{15}x = \frac{2}{3}(x-1)$, de donde $x = \frac{10}{9}$ y $9x = 10$.

99. **En un triángulo, uno de los ángulos es la mitad de uno de los otros dos y la tercera parte del tercer ángulo. Determine el ángulo menor**.

    *Solución*: Si $x$ es el menor, $x + 2x + 3x = 180°$, de donde $x = 30°$

100. **Un curso de estudiantes tenía una cierta cantidad de dinero para repartir entre sí. Primero intentaron que cada uno recibiera $7 000, pero el último estudiante se quedó con tan solo $5 000. Luego intentaron dar $6 000 a cada estudiante, pero entonces sobraron $21 000. La cantidad de dinero, en pesos, que tenía el curso fue ...**

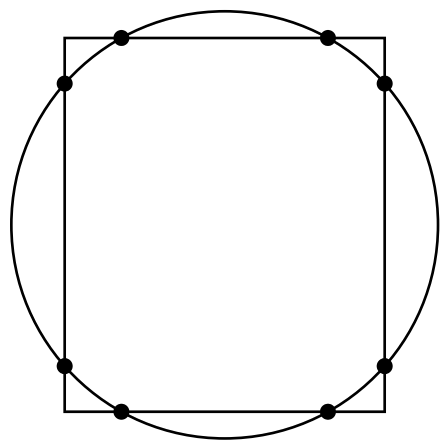
     *Solución*: Si $n$ es el número de estudiantes, se cumplirá que $7000(n-1) + 5000 = 6000n + 21000$, de donde $n = 23$ y la cantidad de dinero era $159000.

101. **¿Cuál es el número de lados de un polígono que tiene el triple número de diagonales que de lados?**

     *Solución*: Si $n$ es el número de lados, el número de diagonales es $\frac{n}{n-3}2$, así que resolviendo la ecuación $\frac{n}{n-3}2 = 3n$ obtenemos $n = 9$.

102. **Si se dibujan un círculo y un rectángulo en la misma hoja, ¿cuál es el máximo número de puntos comunes que pueden tener?**

*Solución*: Como máximo, una recta y una circunferencia se cortan en dos puntos. Como un rectángulo tiene cuatro lados, el máximo número de puntos de corte será ocho.



103. **¿Qué palabra representa el jeroglífico siguiente?**

Ero

*Solución*: Granero.

104. **Un jarro tiene una capacidad para 10 vasos de jugo. Si dos vasos llenan un pocillo de 200cc., entonces ¿cuántos jarros se necesitan para almacenar 8 litros de jugo?**

*Solución*: Un vaso equivale a 100 cc, es decir 0.1 litros. Un jarro equivale a 10 vasos, es decir un 1 litro. Para almacener 8 litros de jugo se necesitarán 8 jarros.

105. **Dentro de 10 años mi nieto tendrá el triple de la edad que tiene ahora. ¿Qué edad tiene ahora?**

*Solución*: Planteamos $x + 10 = 3x$, resulta fácilmente que $x = 5$.

106. **Pedro tenía \$800. Si gastó el 20 % y dio a su hermano el 15 % del resto. ¿Cuánto le queda?**

*Solución*: $0{,}85 \times (0{,}80 \times \$800) = \$544$.

107. **En un lote de 1.000 artículos, 100 son blancos, y de estos, 30 son redondos. ¿Qué porcentaje del lote de artículos son blancos y redondos?**

*Solución*: Como $30/1000 = 0{,}03$, se trata del 3 %.

108. **En cuatro días una persona recorre 120 km. Si a partir del segundo día avanza la tercera parte de lo recorrido el día anterior, entonces, ¿cuántos km. recorre el último día?**

*Solución*: Llamando $x$ a los km recorridos el último día, resolvemos $27x + 9x + 3x + x = 120$, de donde $x = 3$.

109. **Una sala de cine tiene 26 filas con 24 asientos cada una. El total de los asientos se numera de izquierda a derecha, comenzando por la primera fila y hacia atrás. ¿En qué número de fila está el asiento número 375?**

*Solución*: Dividiendo 375 entre 24 obtenemos 15 de cociente, por lo que el asiento 375 estará en la fila 16.

110. **Desde un punto de una circunferencia de 10 cm. de radio se trazan un diámetro y una cuerda que están en la razón 5:3. ¿Cuánto mide la cuerda?**

*Solución*: El diámetro mide 20 cm y la cuerda medirá $\frac{3}{5}20 = 12$ cm.

111. **¿Cuántos tatarabuelos tiene usted?**

*Solución*: Son 16 si incluimos a las tatarabuelas y sólo 8 si sólo incluimos a los tatarabuelos masculinos.

112. **Alberto dice hacer un trabajo en 6 días, mientras que Rodrigo sostiene que el lo haría en 4 días. Finalmente deciden hacer el trabajo juntos. ¿Cuántos días demorarán en hacerlo?**

*Solución*: Sumando $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$ obtenemos la fracción del trabajo que harían juntos en un día. Para hacer el trabajo completo necesitarían $\frac{12}{5} = 2{,}4$ días.

113. **El boleto de entrada al Palacio de las Ciencias cuesta 5 pesos por niño y 10 pesos por adulto. Al final del día 50 personas visitaron el palacio y el ingreso total de las entradas fue de 350 pesos. ¿Cuántos adultos visitaron el Palacio?**

*Solución*: Llamando $x$ y $50-x$ a los adultos y niños, respectivamente, planteamos $10x+5(50-x)=350$, de donde $x=20$ personas.

114. **Desde un punto de una pista circular parten simultáneamente dos ciclistas que demoran 24 segundos y 72 segundos en dar una vuelta completa. ¿A los cuántos segundos estarán diametralmente opuestos por primera vez?**

*Solución*: Dividiendo 360 por 24 y 72 obtenemos respectivamente 15 y 5, que son los ángulos ángulos que los ciclistas recorren cada segundo. Al cabo de $t$ segundos el ángulo que separa a los dos ciclistas es $15t-5t=10t$ y si queremos que esta diferencia sea 180, habrá que tomar $t=18$ s.

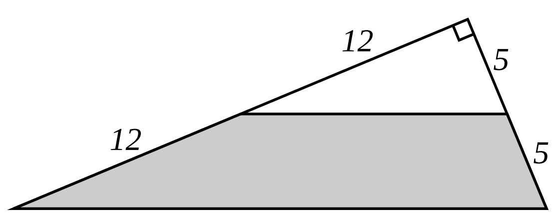
115. **Un objeto vale $x$ pesos y se vende con un 80 % de rebaja. ¿Cuál fué su precio de venta?**

*Solución*: $0{,}8x$.

116. **¿Qué número resulta de sumar las caras, los vértices y las aristas de un cubo?**

*Solución*: Un cubo tiene 6 caras, 8 vértices y 12 aristas, por lo que la suma es 26.

117. **El área, en unidades cuadradas, de la región sombreada del diagrama es**




*Solución*: El área de la región sombreada es la diferencia de las áreas de los dos triángulos. $A=\frac{10\cdot 24}{2}-\frac{5\cdot 12}{2}=120-30=90$.

118. **Al marcar el reloj las nueve y media, ¿qué ángulo forman las manecillas?**

*Solución*: La aguja horaria avanza a razón de 30° grados por hora, así que a las nueve y media ha descrito un ángulo de $9{,}5 \times 30° = 295°$. El minutero describe un ángulo de 6° cada minuto, y a las nueve y media habrá recorrido 180° desde las 12. Entonces, el ángulo formado por las dos agujas es de 115°.

119. **Si cada lado de un triángulo equilátero aumenta en 1/5, ¿en qué porcentaje aumenta la suma de las tres alturas?**

*Solución*: Teniendo en cuenta la fórmula $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ de la altura del triángulo equilátero con lado $a$, la suma de las tres alturas también aumentará en 1/5, es decir, en un 20 %.

120. **Alicia va al club cada día; Beatriz va cada 2 días; Carlos va cada 3; Daniel cada 4; Enrique cada 5; Francisco cada 6 y Gabriela cada 7. Si hoy están todos en el club, dentro de cuántos días volverán a reunirse?**

*Solución*: $\mathrm{mcm}(1,2,3,4,5,6,7) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$.

121. **Un vendedor de diarios vende el 60 % de los diarios en la mañana y el 30 % del resto en la tarde. ¿Qué porcentaje del total de diarios no vendió?**

*Solución*: Si $x$ es el número de periódicos, los periódicos que venden son $0{,}6x + 0{,}3 \cdot 0{,}4x = 0{,}6x + 0{,}12x = 0{,}72x$, así que los periódicos que no vende son $0{,}28x$, es decir el 28 %.

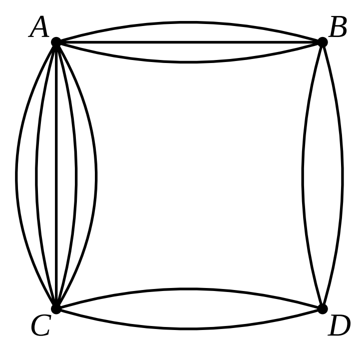
122. **En una parcela se plantan 60 limoneros que representan el 75 % de los árboles. Si se agregan 15 limoneros más y 25 naranjos, ¿cuál es el porcentaje de limoneros en la parcela?**

*Solución*: Si 60 limoneros representan el 75 %, dividiendo por 3, 20 árboles representarán el 25 % restante. Al agregar 15 limoneros y 25 naranjos, tenemos un total de 75 limoneros y 45 que no lo son, en total 120. El porcentaje de limoneros será $\frac{75}{120} \cdot 100 = 62{,}5\,\%$.

123. **Si el centro de un cubo se une con cada vértice, ¿Cuántas pirámides se forman?**

*Solución*: Tantas como caras tiene el cubo, es decir, seis pirámides.

124. **De la ciudad $A$ a la ciudad $B$ hay 3 caminos, de la ciudad $A$ a la ciudad $C$ hay 5 caminos, de la ciudad $B$ a la $D$ hay 2 caminos y de la ciudad $C$ a la $D$ hay dos caminos. Si un camino que une dos ciudades no pasa por otra, ¿cuántas formas hay de ir de la ciudad $A$ a la $D$?**




*Solución*: En el recorrido $A - C - D$ tenemos $5 \times 2 = 10$ posibilidades y en el $A - B - D$ tenemos $3 \times 2$ posibilidades. Por tanto hay un total de 16 formas de ir de $A$ a $D$.

125. **Un estanque puede llenarse en 3 y 4 horas con dos llaves, respectivamente. Una llave de desagüe lo vacía en 6 horas. ¿En cuántas horas se llena si se abren las 3 llaves simultáneamente?**

*Solución*: En una hora, la fracción de estanque que se llena es $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6} = \frac{5}{12}$, por lo que para llenar el estanque completo serán necesarias $\frac{5}{12} = 2{,}4$ horas.

126. **Se tienen 9 ciudades y se quieren construir carreteras entre pares de ellas de tal forma que sea posible viajar entre cualesquiera dos de ellas. ¿Cuál es el mínimo número de carreteras que se deben construir?**

*Solución*:

127. **Una persona retira de su cuenta en el banco, la mitad de lo que tenía depositado y días después la mitad de lo que le quedaba y aún le quedan \$3.000. ¿Cuánto tenía depositado?**

*Solución*: Si la cuarta parte son \$3.000, el total será $\$3{,}000 \times 4 = \$12{,}000$.

128. **La hierba en un prado crece con densidad y rapidez homogéneas. Sabiendo que 70 vacas consumen la hierba en 24 días y 30 vacas la comen en 60 días, ¿Cuántas vacas consumirán la hierba en 96 días?**

*Solución*: Llamamos $f$ a la fracción de prado que una vaca come cada día y $x$ a la fracción de prado que crece cada día. Entonces,

$$\begin{cases} 70f = x + \frac{1}{24} \\ 30f = x + \frac{1}{60} \end{cases}.$$

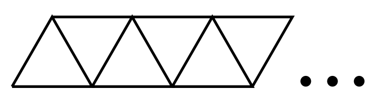
Resolviendo este sistema, obtenemos $f = \frac{1}{1600}$ y $x = \frac{1}{480}$. Si $n$ es el número de vacas que se comerán el prado en 16 días, será $nf = x + \frac{1}{96}$, de donde

$$n = 1600\left(\frac{1}{480} + \frac{1}{96}\right) = 20 \text{ vacas} .$$

129. **Un tambor se llena con 20 bidones de 7,5 litros cada uno. ¿Cuál es la capacidad de un estanque que se llena con 35 tambores y 12 bidones?**

*Solución*: 35 tambores y 12 bidones son $35 \times 20 + 12 = 712$ bidones, que a su vez son, $712 \times 7{,}5 = 5340$ litros.

130. **Usando fósforos se construye un diseño de triángulos tal como se muestra. Usando un total de 87 fósforos, ¿Cuántos triángulos se forman?**



*Solución*: El primer triángulo se construye con 3 fósforos y cada uno de los triángulos siguientes se obtiene añadiendo dos fósforos. Restando $87-3 = 84$ y dividiendo $84 \div 2 = 42$ obtenemos los triángulos que hemos añadido al primero. Por tanto habrá en total $42 + 1 = 43$ triángulos.

131. **En una biblioteca hay $p$ libros de matemática y $q$ libros de física. Si se sacan el 40 % de los de matemática y los 2/5 de los de física, quedan 9 libros en la biblioteca. ¿Cuántos libros había al principio?**

*Solución*: De los dos tipos de libros quedan los 2/5, así que $\frac{3}{5}p+\frac{3}{5}q = 9$. Por tanto $p + q = 15$ son los libros que había al principio.

132. **¿De cuántas maneras se pueden ordenar 8 hermanos en una fila si el menor debe estar en primer lugar y el mayor al último?**

    *Solución*: Tantas como formas de ordenar los 6 hermanos restantes, es decir $6! = 720$ formas.

133. **¿Cuántas diagonales tiene un octógono?**

    *Solución*: Un polígono con $n$ lados tiene $\frac{1}{2}n(n-3)$, por lo que en el caso del octógono serán 20 diagonales.

134. **Una acción en la bolsa vale 1400 pesos en mayo. De mayo a junio la acción aumenta un 10 %. De junio a julio la acción disminuye un 10 %. ¿Cuánto vale a fin de julio?**

    *Solución*: Será $0{,}90 \times (1{,}10 \times 1400) = 1386$ pesos.

135. **Una pizza se divide en dos partes. Si una de ellas es la cuarta parte de la otra, ¿qué porcentaje es de la torta entera?**

    *Solución*: Llamando $x$ a la fracción correspondiente a la parte menor, $x + 4x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$, es decir el 20 % del total.

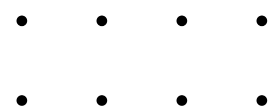
136. **Cinco amigos $P$,$Q$,$R$,$S$ y $T$ se dan la mano. Tanto $P$ como $Q$ estrecharon la mano de uno de sus amigos solamente, mientras que $R$, $S$ y $T$ estrecharon cada uno la mano de dos. Sabemos que $P$ estrechó la mano de $T$. ¿Quiénes podemos asegurar que no se dieron la mano?**

    *Solución*: Supongamos que $T$ estrecha la mano de $Q$. Como $P$ y $Q$ estrechan la mano de uno de los amigos solamente y $T$ la de dos, ninguno de los tres estrecha la mano ni de $R$ ni de $S$. Entonces ni $R$ y $S$ solo pueden darse la mano mutuamente, en contra de que ambos estrechan la mano de dos amigos. Por tanto, el otro amigo al que $T$ estrecha la mano debe ser $R$ o $S$, que da lugar a las posibilidades $P-T-R-S-Q$ o $P-T-S-R-Q$. De cualquiera de las formas $P-Q$, $P-R$, $P-S$ y $T-Q$ son imposibles.

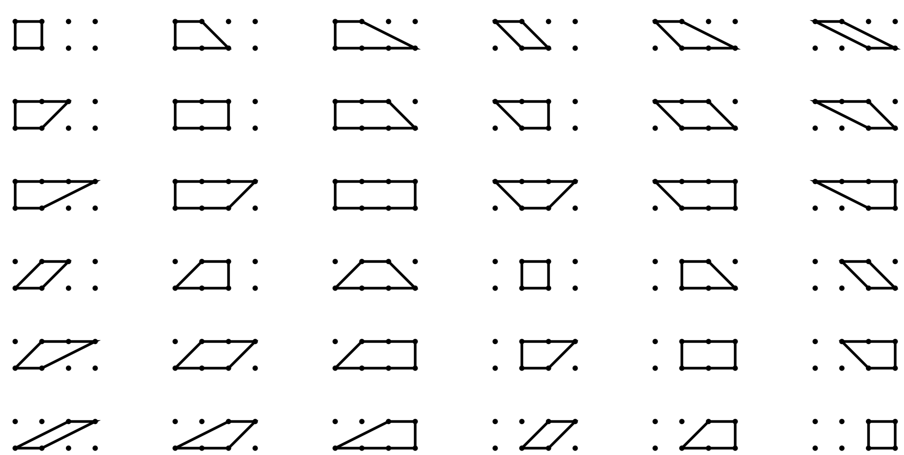
137. **Un tambor que contiene aceite pesa 300 kilos. Si el peso del tambor es la quinta parte del peso del aceite, ¿cuánto pesa el aceite contenido en él?**

*Solución*: Llamando $x$ al peso del tambor, $x + 5x = 300 \Rightarrow x = 50 \Rightarrow 5x = 250$. El peso del aceite es 250 kg.

138. **Con vértices en los puntos de la figura, ¿Cuántos cuadriláteros se pueden dibujar?**



*Solución*: Dos de los vértices deben estar en una fila y otros dos en la otra. Hay seis formas de elegir dos puntos de un total de cuatro. Por tanto aparecerán 36 conjuntos diferentes para ser vértices del cuadrilátero. Si además, permitimos que los lados del cuadrilátero se puedan cortar, para cada uno de estos cuadriláteros aparecerán otros dos. A continuación se muestran los 36 cuadriláteros convexos que pueden dibujarse:



139. **El promedio de dos números es igual al número mayor disminuido en 3. ¿Cuál es la diferencia entre el número mayor y el menor?**

*Solución*: De $\frac{x+y}{2} = x - 3$ deducimos que $x + y = 2x - 6$ y por tanto que $x - y = 6$, es decir, la diferencia entre el mayor y el menor es 6.

140. **Hace 5 años la edad de Javier era el triple de la edad de Lorena. En 4 años más la edad de Javier será el doble de la edad de Lorena. ¿Cuál es la diferencia entre las edades de ambos?**

*Solución*: Llamando $x$ e $y$ a las edades de Javier y Lorena respectivamente, $x - 5 = 3(y - 5)$ y $x + 4 = 2(y + 4)$ de donde fácilmente deducimos que $x = 32$ e $y = 14$. Entonces la diferencia entre las edades es 18 años.

141. **La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos es 37. ¿Cuál es su suma?**

*Solución*: Si $x$ e $y$ son dos números enteros consecutivos, $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = x + y$, es decir $x + y = 37$.

142. **Si escribí todos los números enteros del 1 al 1000, ¿cuántas veces apareció la cifra 5?**

*Solución*: En la primera centena hay 20 dígitos 5 (once de la decena del 50 al 59 y otros nueve, uno de cada otra de las decenas). En las demás centenas hay que contar otros 20 en cada una de ellas más 100 de la centena del 500 al 599. Son pues en total, 300 dígitos 5.

143. **Si los volúmenes de dos cubos están en la razón** $1 : 8$**, ¿En qué razón están sus aristas?**

*Solución*: Si $a$ y $b$ son las aristas de los cubos, se cumple que $a^3 = 8b^3$, de donde $a = 2b$, por lo que las aristas están en la razón $1 : 2$.

144. **En un campamento de verano 96 niños van a separarse en grupos de forma que cada grupo tenga el mismo número de niños. ¿De cuántas maneras puede hacerse la separación si cada grupo debe de tener más de 5 pero menos de 20 niños?**

*Solución*: Los divisores de 96 mayores que 5 y menores que 20 son 6, 8, 12, 16. Entonces podrían formarse grupos de 6, 8, 12 y 16 personas, en total de 4 maneras diferentes.

145. **Si la diferencia entre el 72 % y el 57 % de un número es 45. ¿Cuál es el número?**

*Solución*: 45 es el 15 % del número, por lo que el número es $42 \div 0{,}15 = 280$.

146. **Si un discurso que dura $1\frac{1}{4}$ horas comenzó a las 10:50 am, ¿a qué hora debe terminar?**

*Solución*: A las $12:05$.

147. **Un cuadrado tiene perímetro $P$ y área $Q$. Dada la ecuación 3P =2Q, determina el valor de $P$.**

*Solución*: Si $a$ es el lado del cuadrado, $12l = 2l^2$, de donde, $l = 6$ y $P = 24$.

148. **Se expresa el número 2000 como la suma de 32 enteros positivos consecutivos. El mayor de estos enteros es ...**

*Solución*: Si $n$ es el mayor de los 32 números, el menor es $n - 31$ y entonces podemos expresar $\frac{n-31+n}{2}32 = 2000$, de donde $n = 78$.

149. **Entre Juan y Pedro tienen 28 años. Hace 5 años, Juan tenía 4 años más que Pedro. ¿Qué edad tiene Pedro?**

*Solución*: Si hace cinco años Juan tenía 4 años más que Pedro, ahora también los tiene por lo que si $x$ es la edad de Pedro y $28 - x$ la edad de Juan, $28 - x = x + 4$, de donde $x = 12$ años.

150. **Un incendio destruyó los 2/5 de un bosque de 6.000 árboles. Posteriormente se tala la mitad de los que restan. ¿Cuántos árboles quedaron?**

*Solución*: Quedaron $\frac{1}{2}(\frac{3}{5}6000) = 1800$.

151. **Un comerciante subió los precios de sus artículos agregando un 0 al precio antigüo. ¿Qué porcentaje subió el precio de cada artículo?**

*Solución*: Si $x$ era el precio de un artículo, el nuevo precio es $10x$ y la subida $9x$, es decir el artículo se ha subido un $900\,\%$.

152. **¿Cuántos números enteros entre 10 y 99 son tales que la suma de sus dígitos es igual a 9?**

*Solución*: Son los números de la forma $ab$ siendo $a = 1, \ldots, 9$ y $b = 9-a$, en total 9 números.

153. **Utilizando cada una de las cifras 1, 2, 3 y 4 se pueden escribir diferentes números, por ejemplo, podemos escribir 3241. ¿Cuál es la diferencia entre el más grande y el más pequeño de los números que se construyen así?**

*Solución*: Restando, 4321-1234=3087.

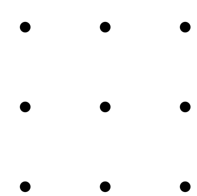
154. **¿Qué número hay que agregar a los términos de la fracción 23/40 para que valga 2/3?**

*Solución*: Planteamos $\frac{23+x}{44+x} = \frac{2}{3}$ y obtenemos $x = 11$.

155. **Un árbol crece 25 cm. en dos años. Si inicialmente medía 2,5 metros, ¿cuál es el porcentaje de crecimiento en estos 2 años?**

*Solución*: Como 2.5 m son 250 cm, el porcentaje de crecimiento ha sido $\frac{25}{250} \times 100 = 10\,\%$.

156. **¿Cuántas líneas rectas distintas pueden trazarse de modo que pasan por dos o más de los puntos en el arreglo que se muestra?**



*Solución*: Considerando por separado las rectas horizontales, verticales y en diagonal hacia arriba y en diagonal hacia abajo, vemos que hay tres de cada una de ellas. Por tanto, se pueden trazar en total 12 rectas.

157. **La razón entre los radios de dos circunferencias es $3:7$. ¿Cuál es la razón entre sus áreas?**

*Solución*: Será $\frac{\pi 3^2}{\pi 7^2} = \frac{9}{49}$.

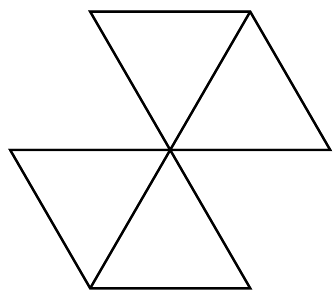
158. **Si adivinas cuántas manzanas tengo, dijo un niño a otro, te regalo la cuarta parte menos 2 manzanas, o lo que es lo mismo, la sexta parte más una manzana. ¿Cuántas manzanas tenía?**

*Solución*: Planteamos $\frac{x}{4} - 2 = \frac{x}{6} + 1$, de donde resulta que $x = 6$ manzanas.

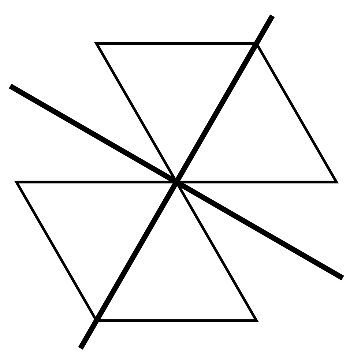
159. **La maestra distribuyó la misma cantidad de dulces entre cada uno de 5 niños y se quedó tres para ella misma. No se acuerda cuántos dulces tenía, pero se acuerda que era un múltiplo de 6 entre 65 y 100. ¿Cuántos dulces tenía?**

*Solución*: Por un lado el número $N$ de dulces es de la forma $N = 5n+3$ y por otro de la forma $N = 6m$. Pero $5n+3 = 6m$ implica que $n$ debe ser múltiplo de 3, por lo que $N$ es de la forma $N = 15p+3$. Sólo para $p = 5$ obtenemos un valor de $N$ múltiplo de 6 y entre 65 y 100. Por tanto $N = 78$.

160. El número de ejes (rectas) de simetría de la figura del diagrama es



*Solución*: Hay dos ejes de simetría, el determinado por las diagonales trazadas de los rombos y la perpendicular a ella por el punto común de los dos rombos:



161. **Una lechería despacha 18 cajas de mantequilla de 20 kilos cada una. La mantequilla está envasada en paquetes de un cuarto de kilo. ¿Cuántos paquetes se despacharon?**

*Solución*: Son en total $18 \times 20 = 360kg$ que se despacharon en $\frac{360}{1/4} = 1440$ paquetes.

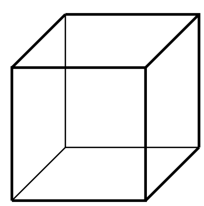
162. **Si el radio de una circunferencia aumenta al triple, ¿en cuántas veces aumenta su área?**

*Solución*: $S' = \pi(3r)^2 = 9(\pi r^2) = 9S$, es decir el área aumenta a 9 veces.

163. **En contenido de una botella con 654 cc. de jugo fue repartido entre unos trillizos y un amigo. Si el amigo consumió la mitad del jugo y el resto se lo tomaron los trillizos en partes iguales, ¿Cuánto consumió cada trillizo?**

*Solución*: Cada uno consumió $\frac{1}{3}\frac{1}{2}654 = 109$ cc.

164. **El volumen de un cubo es 216** cm$^3$**. El área, en centímetros cuadrados, de la superficie del cubo es**



*Solución*: El lado del cubo es $a = \sqrt[3]{216} = 6$ cm y el área es $S = 6a^2 = 216$ cm$^2$.

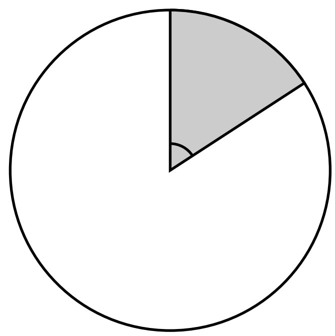
165. **Si tres secretarias demoran 21 días en escribir a máquina un texto, entonces, ¿cuántos días se demoran siete secretarias en escribir dos textos iguales al anterior?**

*Solución*: Dividiendo por 3 y por 21, obtenemos que una secretaria en un día escribe $\frac{1}{63}$ del texto. Multiplicando por 7, siete secretarias en un día escriben $\frac{1}{9}$ del texto. Multiplicando por 18, siete secretarias en 18 días escribirán 2 textos. Por tanto, son necesarios 18 días.

166. **Se pintan las caras de un cubo de tal modo que dos caras que comparten una arista (borde) tienen colores diferentes. El menor número de colores que se necesitan para hacer esto es...**

*Solución*: Al menos son necesarios tres, pues en cada vértice se juntan tres caras. Con tres colores es suficiente, pues basta elegir tres colores y colorear con ellos los pares de caras opuestas.

167. **Me comí una rebanada de un pastel redondo que representaba el 15 % del pastel, como indica la figura. ¿Cuál es ángulo que abarca la rebanada del pastel?**



*Solución*: $0{,}15 \times 360° = 54°$.

168. **¿Cuántos números enteros hay entre 9992 y 10002, sin incluir estos dos números?**

*Solución*: La cuenta es $10002 - 9992 - 1 = 9$ números.

169. **Determine la suma de todos los números distintos que se producen al desordenar el número 1234.**

*Solución*: Calculemos lo que suman las cifras de las unidades de todos estos números. Estas cifras son seis unos, seis doses, seis treses y seis cuatros. Por tanto la suma de todas ellas es $6(1+2+3+4) = 6 \cdot 10 = 60$. La misma suma es la de las cifras de las otras posiciones. Por tanto la suma de todos los números será $60 \cdot 1000 + 60 \cdot 100 + 60 \cdot 100 + 60 = 60 \cdot 1111 = 66660$.

170. **¿De cuántas maneras diferentes se puede subir por una escalera de 10 escalones si se sube o bien uno o bien tres escalones en cada paso?**

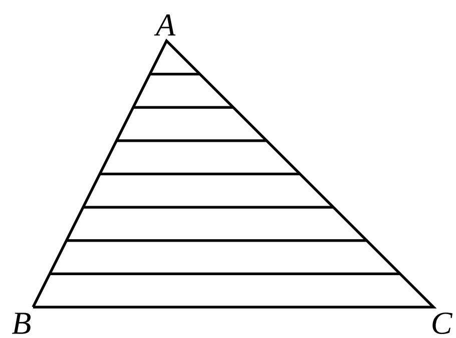
*Solución*: El problema es equivalente a expresar 10 como suma de ünosz "treses". Las posibilidades están expresadas en esta tabla:

| Treses | Unos | Ejemplo | Maneras |
|---|---|---|---|
| 10 | 0 | 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1 | 1 |
| 7 | 3 | 1+1+1+1+1+1+1+3 | 8 |
| 2 | 4 | 1+1+1+1+3+3 | 15 |
| 3 | 1 | 1+3+3+3 | 4 |

Sumando la última columna obtenemos un total de 28 maneras diferentes.

171. **En un triángulo $ABC$, siete segmentos paralelos al lado $BC$ dividen en 8 partes iguales al lado $AC$. Si $BC = 10$, ¿cuál es la suma de las longitudes de los 7 segmentos?**

*Solución*:




Llamemos $h$ a la altura del triángulo $ABC$. Entonces la altura del cada uno de los trapecios y del triangulito es $\frac{h}{8}$. Sean $l_1, \ldots, l_7$ las longitudes de los siete segmentos. Entonces, sumando las áreas de los trapecios y del triangulito obtenemos el área del triángulo $ABC$:

$$\frac{10 + l_1}{2} \cdot \frac{h}{8} + \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot \frac{h}{8} + \cdots + \frac{l_6 + l_7}{2} \cdot \frac{h}{8} + \frac{l_7}{2} \cdot \frac{h}{8} = \frac{10 \cdot h}{2}$$
$$(10 + l_1) + (l_1 + l_2) + \cdots + (l_6 + l_7) + l_7 = 80$$
$$2(l_1 + \cdots + l_7) = 70$$
$$l_1 + \cdots + l_7 = 35$$

172. **El número de minutos en $3\frac{3}{4}$ horas es ...**

*Solución*: $3{,}75 \times 60 = 225$ minutos.

173. **El promedio de 5 números es 40. Al eliminar dos de ellos el nuevo promedio es 36. ¿Cuál es el promedio de los dos números eliminados?**

*Solución*: Sean $x$, $y$, $z$, $t$, $w$ los cinco números y $t$, $w$ los dos números eliminados. Entonces $x+y+z+t+w = 5 \cdot 40 = 200$ y $x+y+z = 3 \cdot 36 = 108$, de donde $t+w = 92$ y $\frac{t+w}{2} = 46$.

174. **¿Qué palabra representa el siguiente jeroglífico?**

FL

*Solución*: Elefantes. (ELE-F-Antes)

175. **Un padre tiene 5 veces la edad de su hijo y en 18 años más, tendrá el doble. ¿Cuánto suman sus edades actuales?**

*Solución*: Sea $x$ la edad del hijo. Entonces $5x$ es la edad del padre y planteamos $5x + 18 = 2(x+18)$, de donde $3x = 18$ y $x = 6$. El hijo tiene seis años y el padre 30, luego suman 36 años.

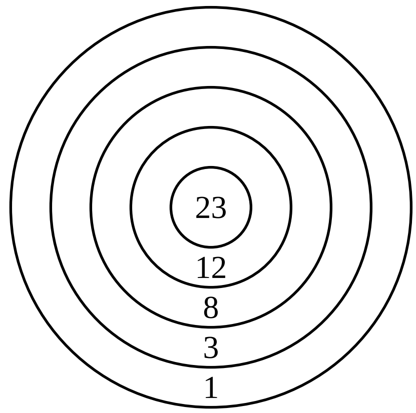
176. **Mario compró un radio con un valor original \$50 000. Si le dieron un descuento del 5 %, el precio que pagó fue...**

*Solución*: 0,95 $\times$ \$50 000 = \$47 500.

177. **En un curso hay 40 alumnos. Si hay 10 niñas más que el doble de los niños, ¿cuál es el número de niños?**

*Solución*: Llamando $x$ al número de niños, planteamos $10+2x = 40-x$, y obtenemos $x = 10$ niños.

178. **Se lanzan tres dardos a un blanco tal como se ilustra en el diagrama a la derecha. Para calcular el marcador total se suman los tres puntajes obtenidos; si se falla por completo se obtienen 0 puntos. ¿Cuál es el menor marcador total que es imposible obtener?**



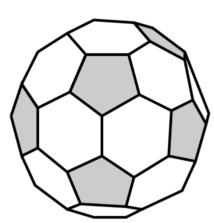

*Solución*: La primera puntuación que no se puede obtener es 17:

| | |
|---|---|
| 0=0+0+0 | 9=8+1+0 |
| 1=1+0+0 | 10=8+1+1 |
| 2=1+1+0 | 11=8+3+0 |
| 3=3+0+0 | 12=12+0+0 |
| 4=3+1+0 | 13=12+1+0 |
| 5=3+1+1 | 14=12+1+1 |
| 6=3+3+0 | 15=12+3+0 |
| 7=3+3+1 | 16=12+3+1 |
| 8=8+0+0 | 17=? |

179. **Si el precio de un producto se hace 3,5 veces mayor, ¿en qué porcentaje aumentó su precio?**

*Solución*: El aumento es de 2,5 veces el precio del producto, es decir el 250 %.

180. **Un poliedro en forma de balón de fútbol tiene 32 caras: 20 son hexágonos regulares y 12 son pentágonos regulares. ¿Cuántos vértices tiene el poliedro?**



*Solución*: Nos damos cuenta de que todos los vértices del poliedro son vértices de algún pentágono, pues puede considerarse que los hexágonos se forman al unir vértices de pentágonos. Entonces tenemos un total de 60 vértices. También es posible contar directamente las aristas: serían las 60 que son lados de pentágonos más las que unen unos pentágonos con otros. De cada pentágono salen cinco aristas que unen vértices de ese pentágono con los de otro, lo que nos daría un total de 60 aristas, pero de este modo las contamos dos veces, así que se quedan en 30. En total habría 90 aristas. Podemos ahora comprobar la fórmula de Euler: C(caras) + V(vértices) = A(aristas) + 2. En efecto, $32 + 60 = 90 + 2$.

181. **Entre dos vasos A y B, de igual capacidad, se distribuyen, en partes desiguales, 10 litros de agua. El vaso A se llenaría si se vertiesen los 2/3 del agua contenida en B, y éste se llenaría si se le agregara la mitad del agua contenida en A. ¿Cuál es la capacidad de cada vaso?**

*Solución*: Llamamos $x$ e $y$ al agua distribuída en los vasos $A$ y $B$, $z$ a la capacidad de los vasos. Entonces, podemos plantear el sistema

$$\begin{cases} z - x = \dfrac{2y}{3} \\ z - y = \dfrac{x}{2} \\ x + y = 10 \end{cases}$$

que, una vez resuelto da $x = 4$, $y = 6$ y $z = 8$, por lo capacidad de los vasos es 8 litros.

182. **En pintar los 2/3 de una pared se ocupa la quinta parte del tarro de pintura. ¿Que parte del tarro de pintura se ocupará en pintar toda la pared?**

*Solución*: Dividiendo $\frac{1}{5}$ entre $\frac{2}{3}$ obtenemos $\frac{3}{10}$, la fracción del tarro que necesitaremos para pintar la pared entera.

183. **En un grupo de 40 estudiantes, 20 juegan tenis, 19 juegan voleibol y 6 juegan tanto tenis como voleibol. El número de estudiantes del grupo que no juegan ni tenis ni voleibol es...**

*Solución*: $20+19-6 = 33$ son los que juegan algún deporte. Por tanto, $40 - 33 = 7$ son los que no juegan ningún deporte.

184. **Si Sebastián tuviera un 30 % menos de la edad que tiene, tendría 28 años. ¿Cuál es la edad actual de Sebastián?**

*Solución*: Si $x$ es la edad actual de Sebastián, $0{,}70x = 28$, de donde $x = 40$ años.

185. **Si 20 máquinas aran un terreno de 60 hectáreas en 18 días, ¿cuántas máquinas iguales aran un terreno de 36 hectáreas y de similares condiciones, en 12 días?**

*Solución*: Dividiendo por 20 y por 18, $\frac{60}{20\cdot 18} = \frac{1}{6}$ son las hectáreas que una máquina hace en un día. En 12 días, una máquina arará 2 hectáreas. Si queremos arar 36 hectáreas serán necesarios 18 máquinas.

186. **Escribimos una lista de todos los números enteros entre 1 y 30 inclusive. Luego, tachamos algunos de éstos de tal manera que en la lista restante no haya ningún número que sea el duplo de otro. ¿Cuál es la máxima cantidad de enteros que pueden pertenecer a la lista restante?**

*Solución*: Consideramos los números del 1 al 30 divididos en los siguientes grupos:

1 2 4 8 16
3 6 12 24
5 10 20
7 14 28
9 18
11 22
13 26
15 30
17 19 21 23 25 27 29

El último grupo está formado por los números que no son doble ni mitad de otros. Una vez quitados éstos tomamos de los restantes el número mas pequeño (el 1) y multiplicamos por 2 sucesivamente hasta que superamos 30 y así obtenemos el primer grupo (1, 2, 4, 8, 16). De los números restantes tomamos el más pequeño (el 3) y multiplicamos por 2 sucesivamente hasta que superamos 30 y así obtenemos el segundo grupo. Seguimos el proceso hasta agrupar todos los números. Si queremos quitar números de manera que entre los restantes no estén un número y su doble, y que haya el máximo número posible de números restantes, habrá que tener en cuenta:

- Los números del último grupo podrán quedar todos.
- De los grupos formados por dos números habrá que eliminar exactamente uno cualquiera de ellos (si no eliminamos ninguno, quedará un número y su doble, y si eliminamos los dos no conseguiremos el máximo de números restantes).
- De los grupos formados por tres números habrá que eliminar exactamente el número medio (si eliminamos el mayor o el menor seguirá habiendo un número y su doble).
- Del grupo formado por cuatro números habrá que eliminar dos no contiguos (el primero y el tercero) o el (segundo y el cuarto).
- Del grupo formado por cinco números habrá que eliminar exactamente el segundo y el cuarto.

Sumando la cantidad de números que es necesario quitar, obtenemos $2+2+1+1+1+1+1+1 = 10$, por lo que resultan 20 números. Una posibilidad es 1, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 23, 25, 27, 28, 29.

187. **Un niño corta un cuadrado de tres días por tres días de la página de un calendario. Si la suma de las nueve fechas es divisible entre 10 y sabemos que la fecha de la esquina superior izquierda es múltiplo de 4. ¿Cuál es la fecha de la esquina inferior derecha?**

*Solución*: Por ser la fecha de la esquina superior izquierda un múltiplo de 4 los números son de la forma

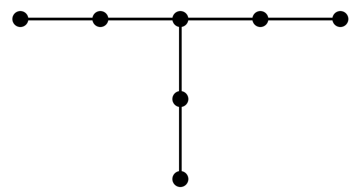
| | | |
|---|---|---|
| 4n | 4n+1 | 4n+2 |
| 4n+7 | 4n+8 | 4n+9 |
| 4n+14 | 4n+15 | 4n+16 |

Como las suma de todas las fechas es divisible por 10, será $36n + 72 = 10p$, es decir $18(n + 2) = 5p$. Deducimos que $p$ es un múltiplo de 18 y que $n = \frac{5p}{18} - 2$. Para $p = 18$ obtenemos $n = 3$ y $4n + 16 = 28$. Es la única solución pues para $p = 36$ es $n = 8$ y $4n = 32$.

188. **La suma de dos números es 436. Si el mayor se divide por el menor, el cociente es 2 y el resto 73. ¿Cuál es el número menor?**

*Solución*: Llamando $x$ al menor, planteamos $436 - x = 2x + 73$, de donde $x = 121$.

189. **El número de triángulos con sus tres vértices en los puntos de la figura es:**



*Solución*: Los tres vértices del triángulo no pueden estar todos ni en la parte horizontal de la figura ni en la parte vertical. Por tanto, debe haber dos puntos en la parte horizontal y uno en la vertical o dos puntos en la parte vertical y uno en la horizontal. Hay $\binom{5}{2} = 10$ formas de elegir dos puntos de la parte horizontal que dan lugar a $10 \times 2 = 20$ triángulos y hay $\binom{3}{2} = 3$ formas de elegir dos puntos de la parte vertical que dan lugar a $3 \times 4 = 12$ triángulos. Por tanto, hay 32 triángulos con vértices en los puntos de la figura.

190. **Se invierten los dígitos de cada uno de los números que son mayores que diez y menores que cien. ¿Cuántos de los números que resultan exceden en 9 al número original?**

*Solución*: Si el número es $xy$, la condición del problema se expresa $(10y + x) - (10x + y) = 8 \Rightarrow 9y - 9x = 9 \Rightarrow y = x + 1$. $x$ puede variar de 0 a 8, así que hay nueve números.

191. **Cada media hora el horario de un reloj gira por un ángulo de ...**

*Solución*: Dividiendo 360° por 12 y por 2 resultan 15°.

192. **Si el 7 lo elevamos a 9.999, ¿cuáles serían sus tres últimos dígitos?**

*Solución*: El teorema de Euler nos dice que si $a$ y $m$ son primos relativos, entonces $a^{\phi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$ siendo $\phi$ la función de Euler, es decir, $\phi(m)$ es el número de enteros positivos menores o iguales que $m$ y primos relativos con $m$. Aplicándolo para $a = 7$ y $m = 1000$, tenemos que $7^{\phi(1000)} \equiv 1 \pmod{1000}$. Calculando $\phi(1000) = \phi(2^3 5^3) = 2^2(2-1) \cdot 5^2(5-1) = 400$, obtenemos que $7^{400} \equiv 1 \pmod{1000}$. Por tanto, si tenemos en cuenta que $1001 = 7 \cdot 143$,

$$7^{9999} = \frac{7^{1000}}{7} = \frac{(7^{400})^{25}}{7} = \frac{7000q + 1001}{7} = 1000q + 143$$

y 143 son las últimas cifras de $7^{9999}$.

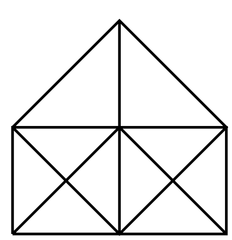
193. **Una caja que compró mamá está llena de chocolates en forma de cubo. Alicia se comió todos los del piso de arriba, que eran 77. Después se comió 55, que eran los que quedaban en un costado. Después se comió los que quedaban enfrente. Sobraron algunos chocolates en la caja; ¿cuántos?**

*Solución*: Sean $x$, $y$, $z$ el número de chocolates que hay a lo largo, ancho y alto de la. Se cumple que $xy = 77$ y que, por ejemplo, $x(z-1) = 55$, por lo que la caja es $11 \times 7 \times 6$ y tenía 462 chocolates. Como Alicia se comió $77 + 55 + 55 = 187$, quedan $462 - 187 = 275$ chocolates.

194. **Un tambor de bencina está lleno hasta la tercera parte de su capacidad. Si se agregan 3 litros al tambor, se llena hasta la mitad. ¿Cuál es la capacidad del tambor?**

*Solución*: Si $x$ es la capacidad del tambor $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 3$, de donde $x = 18$ litros.

195. **¿Cuántos triángulos hay en la figura?**



*Solución*: Pueden verse triángulos de tres tamaños diferentes. De los pequeños hay 8. De los medianos, que equivalen a dos pequeños, hay 10. Por último de los grandes, que equivalen a dos medianos, hay cinco. En total hay $8 + 10 + 5 = 23$ triángulos.

196. **Beto compró una bolsa con 2000 caramelos de 5 colores; 387 de eran blancos, 396 amarillos, 402 rojos, 407 verdes y 408 cafés. Decidió comerse los caramelos de la siguiente forma: Sin mirar sacaba tres de la bolsa. Si los tres eran del mismo color,se los comía, si no, los regresaba a la bolsa. Continuó así hasta que sólo quedaron dos caramelos en la bolsa. ¿De qué color eran?**

    *Solución*: Tienen que ser verdes, pues todos los demás estaban en número divisible por 3 y los verdes son los únicos que había dando resto 2 al dividir por 3.

197. **La suma de las edades actuales de Ana y María es 65 años y dentro de 10 años, la edad de María será los 5/12 de la de Ana. ¿cuál es la edad de María?**

    *Solución*: Llamando $x$ a la edad de María, planteamos $x+10 = \frac{5}{12}(10+(75-x))$, de donde $x = 15$ años.

198. **¿Qué número aumentado en su 15 % equivale a 437?**

    *Solución*: Dividiendo 437 por 1.15 obtenemos 380.

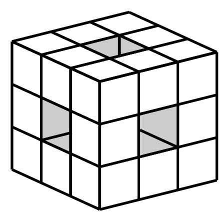
199. **Tres prados cubiertos de hierba de una misma espesura y con el mismo grado de crecimiento, tiene un área de $3\frac{1}{3}$ hectáreas, 10 hectáreas y 24 hectáreas. La hierba del primero es comida por 12 toros durante 4 semanas; la del segundo, por 21 toros durante 9 semanas. ¿Cuántos toros comerán la hierba del tercero durante 18 semanas?**

    *Solución*: Llamamos $h$ a las hectáreas que come un toro en una semana y $c$ al crecimiento por hectárea en una semana. Entonces planteamos:

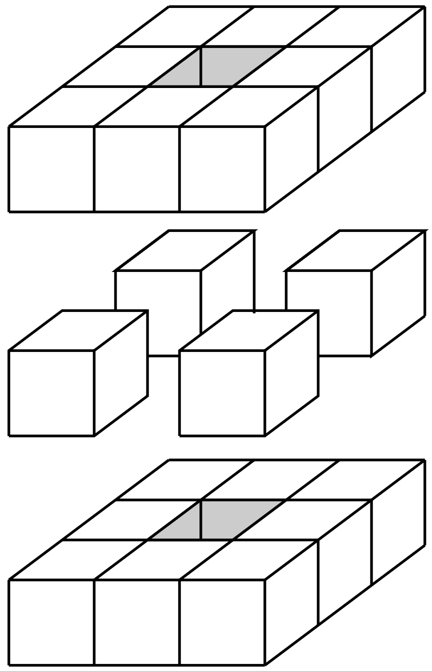
$$\begin{cases} 12 \cdot 4 \cdot h = 4 \cdot 3\frac{1}{3} \cdot c + 3\frac{1}{3} \\ 21 \cdot 9 \cdot h = 9 \cdot 10 \cdot c + 10 \end{cases},$$

que una vez resuelto da $h = \frac{5}{54}$ y $c = \frac{1}{12}$. Llamando $x$ a los toros necesarios para comer la hierba del tercer prado en 18 semanas, debe cumplirse que $18 \cdot x \cdot h = 18 \cdot 24 \cdot c + 24$ , lo que nos permite calcular $x = 36$ toros.

200. **Un cubo de dimensiones $9 \times 9 \times 9$ está compuesto por 27 cubos de dimensiones $3 \times 3 \times 3$. Se hacen túneles en el cubo grande como sigue: Primero se remueven los seis cubos de $3 \times 3 \times 3$ que corresponden a los centros de cada una de las caras, así como el cubo central de $3 \times 3 \times 3$, tal como se muestra. Luego se remueve parte de cada uno de los restantes veinte cubos $3 \times 3 \times 3$ de manera similar, es decir, se remueven los cubos unitarios correspondientes a cada una de las caras de éstos, además de remover su cubo unitario central. El área de superficie de la figura final es...**



*Solución*: Para empezar consideramos un cubo de $3 \times 3 \times 3$ al que ya se le han quitado los centros de sus caras y el cubo central y lo separamos por "pisos"para contar mejor los cuadrados que corresponden a área:



Veamos el área que va a resultar de cada piso:

- En el piso superior, tenemos una parte superior con área 8, una parte lateral exterior con área 12, una parte lateral interior con área 4 y una parte inferior con área sólo 4, ya que 4 de los cuadrados van a tener caras comunes con los cuatro cuadrados del piso medio. Son en total 28 cuadrados.
- En el piso medio, medio resultan $4 \times 4 = 16$ cuadrados en la parte lateral ya que los cuadrados de las caras superiores y los de las inferiores van a ser comunes con los pisos superior e inferior, respectivamente.
- El piso inferior es simétrico al superior, por lo que va a tener 28 cuadrados como superficie.

Vemos que en total resultan $28 + 16 + 28 = 72$ cuadrados.

Ahora usamos el mismo dibujo para calcular cuál será el área si cada uno de los cubitos que se ven en el dibujo es uno de los cubos $3 \times 3 \times 3$ que hemos agujereado.

# 3. Respuestas

**1**. 210. **2**. 1000 manzanas. **3**. La coma. **4**. $\frac{1}{3}$. **5**. 1, 2 y 3. **6**. 3 camisas. **7**. 14 cuadrados. **8**. 23. **9**. 21 apretones. **10**. 19. **11**. 8. **12**. 10. **13**. 2-3-4-1. **14**. 1024 páginas. **15**. Colombo. **16**. 30. **17**. 30 cuadrados. **18**. 2. **19**. Ninguno. **20**. 13. **21**. 1. **22**. $\frac{1}{8}$. **23**. 52. **24**. Los grupos ATE, MTE, MAE y MAT cantaron 3, 2, 2 y 0 canciones respectivamente. **25**. 380. **26**. 17. **27**. 6. **28**. 3. **29**. 72 km/h. **30**. La O. **31**. 12. **32**. El 10 %. **33**. Puede ser uno sólo. **34**. 0. **35**. 50 dulces. **36**. 119. **37**. 112. **38**. 1024. **39**. 18. **40**. $LOAMEBNPJ = 624890175$. **41**. 16 y 66 años. **42**. Las diez menos cuarto. **43**. 8 jueces. **44**. 2. **45**. $\frac{8}{27}$. **46**. 3 formas. **47**. 2. **48**. A la última. **49**. 28 días. **50**. 17. **51**. 3 minutos. **52**. 17. **53**. \$75. **54**. 3 gallinas. **55**. 4,9,2,5 . **56**. 49. **57**. 7. **58**. 186 minutos. **59**. $a - m$ ($a$=año actual). **60**. 18 cm$^2$. **61**. $DGS$. **62**. 11 cm. **63**. 99 %. **64**. 6 dólares. **65**. 3. **66**. Al principio de la ronda. **67**. 2. **68**. 150 m. **69**. 3 lámparas encendidas. **70**. 2 personas. **71**. 7 y 1 monedas. **72**. 30 perlas. **73**. 14 m. **74**. 2-2-2 o 1-2-3. **75**. El 31 de diciembre. **76**. 60 litros. **77**. 3 bizcochos. **78**. 20. **79**. 1,3,7 o 9. **80**. 6 días. **81**. 23 bolitas. **82**. \$4500. **83**. Hora y media. **84**. 4 fichas rojas. **85**. 11. **86**. 120 cm$^2$. **87**. (4,1) y (8,7). **88**. 1341. **89**. 35°. **90**. 7. **91**. 100 %. **92**. 1. **93**. 30 %. **94**. Por 4. **95**. 228. **96**. 90 ovejas. **97**. 100 cacahuetes. **98**. 10. **99**. 30°. **100**. \$159000. **101**. 9 lados. **102**. 8 puntos. **103**. Granero. **104**. 8 jarros. **105**. 5 años. **106**. \$544. **107**. El 3 %. **108**. 3 km. **109**. 16. **110**. 12 cm. **111**. 16. **112**. 2.4 días. **113**. 20 personas. **114**. 18 s. **115**. 0,8$x$. **116**. 26. **117**. 90. **118**. 115°. **119**. 20 %. **120**. 420 días. **121**. 28 %. **122**. 62,5 %. **123**. 6 pirámides. **124**. 6 formas. **125**. 2.4 horas. **126**. ¡9 CIUDADES¿. **127**. \$12000. **128**. 20 vacas. **129**. 5340 litros. **130**. 43 triángulos. **131**. 15 libros. **132**. 720 formas. **133**. 20 diagonales. **134**. 1386 pesos. **135**. El 20 %. **136**. $P-Q$, $P-R$, $P-S$ y $T-Q$ son imposibles. **137**. 250 kg. **138**. 36 cuadriláteros (convexos). **139**. 6. **140**. 18 años. **141**. 37. **142**. 300. **143**. 1:2. **144**. 4 formas. **145**. 280. **146**. 12:05. **147**. 24. **148**. 78. **149**. 12 años. **150**. 1800. **151**. 900 %. **152**. 9. **153**. 3087. **154**. 11. **155**. 10 %. **156**. 12. **157**. $\frac{9}{49}$. **158**. 6. **159**. 78. **160**. 2. **161**. 1440. **162**. A 9 veces. **163**. 109 cc. **164**. 216 cm$^2$. **165**. 18 días. **166**. 3 colores. **167**. 54°. **168**. 9. **169**. 66660. **170**. 28. **171**. 35 cm. **172**. 225. **173**. 46. **174**. Elefantes. **175**. 36. **176**. \$47 500. **177**. 10 niños.

**178**. 17 puntos. **179**. 250 %. **180**. 60 vértices. **181**. 8 litros. **182**. $\frac{3}{10}$. **183**. 7 estudiantes. **184**. 40 años. **185**. 18 máquinas. **186**. 28. **187**. 20 números. **188**. 121. **189**. 32 triángulos. **190**. 9. **191**. 15°. **192**. 143. **193**. 275 chocolates. **194**. 18 litros. **195**. 23 triángulos. **196**. Verdes. **197**. 15 años. **198**. 380. **199**. 36 toros. **200**. 1248 $u^2$.